ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 MAI 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. C. **Jordan** donne lecture d'une Notice sur les travaux du général *Gallieni* :

M. le Général **Joseph-Simon Gallieni** naquit à Saint-Béat (Haute-Garonne), le 24 avril 1849.

Successivement explorateur du Soudan occidental, commandant supérieur du Haut-Sénégal, commandant du territoire du Tonkin, gouverneur général de Madagascar, il prit une part considérable dans l'expansion coloniale de la France.

Les hauts bassins du Sénégal et du Niger, ainsi que le Soudan occidental étaient en grande partie inconnus lorsque, en 1880, le général Gallieni y porta notre drapeau. Remontant le Sénégal, il y suivit le cours de ses deux principaux affluents, le Bâ-Khoi et le Bâ-Oule et étudia le massif, jusque-là inexploré, qui sépare son bassin de celui du Niger. Ayant gagné après des combats meurtriers les bords du Niger, il descendit ce fleuve jusqu'à Ségou-Sikoro, où il fit un long séjour aussi utile à la géographie qu'à l'extension de notre influence. Cette importante exploration lui valut la médaille d'or de la Société de Géographie.

Sept ans plus tard, nous retrouvons le lieutenant-colonel Gallieni vainqueur du marabout Mohammed Lamîn; après le rude combat de Diana, il reçut la soumission des chefs de toute la région comprise entre le Haut-Sénégal et la Haute-Gambie. Cette campagne, si profitable à la cause française, ne l'a pas été moins pour la géographie. Elle a fait connaître ou précisé le tracé de nombreuses rivières et elle a permis de lever une étendue de pays peu ou point connus. Le lieutenant-colonel Gallieni a en effet multiplié les missions topographiques et donné à leur étude une impulsion

féconde. C'est sous ses auspices que la mystérieuse Tombouctou fut atteinte et occupée.

Envoyé en 1892 au Tonkin comme commandant du territoire militaire, le colonel Gallieni réussit à pacifier et à organiser les frontières de cette colonie.

A peine de retour en France, sacrifiant ses intérêts et quittant sa famille, qu'il venait de retrouver après une longue absence, le général Gallieni consentit par patriotisme à accepter le gouvernement de Madagascar. Ceux-là seuls qui ont connu l'état d'anarchie et de rébellion générale où se trouvait notre nouvelle colonie au lendemain de la conquête sont capables d'apprécier le dévouement et l'abnégation dont il fit preuve en cette occasion. Rompu par ses nombreuses explorations et sa longue carrière coloniale aux mœurs et aux besoins des peuples sauvages, joignant à la décision du chef militaire l'habileté de l'administrateur, ayant pour devise « Les colonies aux colons », il accomplit avec un remarquable succès l'œuvre très difficile qui lui avait été confiée. On ne peut en effet qu'admirer l'activité déployée par le gouverneur général de Madagascar dans toutes les branches des connaissances humaines et les résultats vraiment extraordinaires de son administration, obtenus avec des moyens très restreints, tout à fait hors de proportion avec le but à atteindre.

Nous n'avons pas à louer ici l'œuvre militaire du général Gallieni, à raconter l'histoire si remarquable de la pacification et de la mise en valeur de cette colonie, ni à passer en revue les actes de son administration : exécution de routes et autres travaux d'utilité publique; diffusion de l'enseignement; développement du commerce; études relatives à la colonisation; établissement de nombreux jardins d'essai pour centraliser les renseignements agronomiques, introduire les plantes utiles et rechercher les meilleures méthodes d'élevage. Mais nous devons citer les travaux scientifiques qu'il a dirigés ou auxquels il a donné une utile impulsion. Convaincu en effet plus que jamais, après ses longues campagnes dans les colonies africaines et asiatiques, que la Science seule peut utilement ouvrir la voie aux entreprises coloniales, il a organisé dès son arrivée à Madagascar l'exploration méthodique et raisonnée des diverses provinces, de manière à nous les faire connaître à tous les points de vue et à nous renseigner sur leurs ressources. Ses efforts ont porté d'abord sur l'établissement d'une carte de l'île. Pour exécuter ce travail qui était à peine ébauché, il a organisé un service géographique qui poursuit avec zèle la triangulation et les levés topographiques.

C'est sur de pareils titres qu'en 1899 l'Académie des Sciences a été heureuse de s'associer le général Gallieni comme Correspondant dans la Section de Géographie et Navigation. Si la mort ne l'avait prévenue, elle se disposait à lui donner la première place vacante parmi ses membres titulaires. Mais ce n'est pas seulement comme explorateur et colonisateur que le général Gallieni a bien mérité de la France. Tout jeune encore, il s'était distingué dans la mémorable défense de Bazeilles. Et les services qu'il a rendus dans la guerre présente, comme gouverneur de Paris, puis comme ministre de la guerre, ne seront jamais oubliés. On se redira comment, chargé dans des circonstances critiques de la défense de Paris, il sut par son énergie ranimer les courages ébranlés et préserver la cité de l'invasion; comment une habile manœuvre, exécutée avec précision, refoula l'ennemi déjà arrivé sur la Marne.

Après cette lecture, M. le **Président** donne la parole à M. *Grandidier* et déclare que la séance sera levée en signe de deuil, après la lecture de M. Grandidier et après l'élection de deux membres chargés de remplacer MM. *P. Villard* et *A. Carnot*, membres sortants de la Commission du Fonds Bonaparte.

M. **Grandidier** s'exprime en ces termes :

Tous, mes chers Confrères, vous connaissez la triste nouvelle de la mort inattendue de notre illustre Correspondant, le Général **Gallieni**. Votre Bureau et beaucoup d'entre nous se proposaient, dès la reprise des élections à la fin de cette année, de le présenter à vos suffrages, qui n'étaient point douteux, comme membre titulaire de notre Section de Géographie et de Navigation, car, s'il était un chef, un grand chef, il était aussi un organisateur remarquable et un excellent administrateur et, pendant sa longue et fructueuse carrière, il a toujours porté le plus vif intérêt aux sciences, notamment à la géographie.

Il avait coutume de dire : « En toutes choses ici-bas, il faut un plan mûrement réfléchi, puis la décision et l'action aussi prompte que hardie », et, cette puissance de décision et d'action, il l'avait acquise aux colonies qui sont depuis longtemps déjà la meilleure école de commandement; mais, d'après lui, avec raison, « l'œuvre de conquête devait se poursuivre en une œuvre plus délicate et minutieuse, en une œuvre d'organisation »,

et partout où l'a conduit sa brillante et infatigable carrière, servi par une volonté opiniâtre et une grande puissance de travail, il a appelé à son aide les sciences tant géographiques que naturelles et économiques, s'efforçant de donner aux divers pays qu'il a conquis et colonisés, dans l'Afrique occidentale ainsi qu'au Tonkin et surtout à Madagascar, les moyens de se développer aussi utilement pour les indigènes qu'avantageusement pour la mère-patrie.

En chef conscient du rôle qui lui incombait, il ne craignait pas les responsabilités et, lorsqu'il fut nommé gouverneur de Madagascar, « tout effrayé que je sois de la mission que me donne le Gouvernement français, écrivait-il, je me suis mis à l'œuvre énergiquement pour essayer de gagner la grosse partie que l'on me donne à jouer.... A une situation exceptionnelle il faut des moyens exceptionnels et je les prends, sans trop me préoccuper des règlements, car la difficulté et la longueur des communications avec la métropole ne me permettent pas de consulter utilement au préalable le Gouvernement », et, quoiqu'il n'eût à sa disposition que des effectifs militaires très insuffisants, il est arrivé à pacifier le pays qui était en pleine rébellion, commençant par le centre, puis se rabattant sur les peuplades des côtes. Pendant les neuf années qu'il a passées à Madagascar, il a édifié, pour ainsi dire, un pays nouveau : tout à la fois, il a fait construire des routes et même un chemin de fer, constitué un service d'agriculture avec des jardins d'essai, établi des écoles professionnelles tant pour l'agriculture que pour l'industrie, décuplé et au delà le commerce extérieur, organisé un corps de conducteurs de mines, développé l'enseignement des indigènes, créé des hôpitaux ainsi qu'une école de médecine où se sont formés des médecins malgaches de colonisation qui ont assuré la santé et le bien-être de la population. Persuadé avec raison que la carte exacte et détaillée d'un pays est indispensable pour le mettre en valeur, il a installé un service géographique qui a rendu les plus grands services à tous les points de vue, militaire aussi bien qu'économique. Cette œuvre, si complète, qui, en si peu d'années, a transformé un pays sauvage en un pays quasi civilisé, est digne de la plus grande admiration et de la reconnaissance aussi bien des Malgaches que des Français.

A la fin de sa carrière, le général Gallieni a eu la lourde et glorieuse tâche de défendre Paris aux jours sombres de septembre 1914; je n'ai pas besoin de rappeler, ce que tout le monde sait, avec quelle décision et avec quelle maîtrise il a mis en quelques jours Paris en état de défense, proclamant après le départ du Gouvernement pour Bordeaux « qu'il avait le

mandat de le défendre et qu'il le défendrait jusqu'au bout », avec quelle énergie et quelle science il a coopéré à la grande et mémorable bataille de la Marne, puis comment, par dévouement, il a pris la direction du Ministère de la Guerre, ne pensant pas devoir reculer devant les responsabilités. Malheureusement, sa santé épuisée, minée par plus de 30 ans de campagnes coloniales, n'a pu résister au labeur écrasant qui lui incombait, et la maladie vient de l'enlever à l'amitié de ses compagnons d'armes, à l'admiration et à la reconnaissance de toute la France : l'Académie joint l'expression de ses douloureux regrets à ceux qui accompagnent le général partout, dans la Métropole comme dans les Colonies à la prospérité desquelles il a tant contribué.

ASTRONOMIE. — *Joseph Gaultier et la découverte de la visibilité des astres en plein jour*. Note de M. G. **Bigourdan**.

La découverte de la visibilité des astres en plein jour a exercé une véritable influence sur les progrès de l'Astronomie, car elle incita Jean Picard ([1]) à créer le mode actuel d'observations méridiennes. Aussi cette découverte a-t-elle été revendiquée pour des astronomes de diverses nationalités.

Picard crut être le premier à l'avoir faite (1668). On reconnut ensuite qu'il avait été devancé par J.-B. Morin ([2]) (1635), et plus encore par Martin Hortensius ([3]). En 1882, Winnecke ([4]) réclama vivement cette découverte pour son compatriote W. Schickhardt, qui, le 2 mai 1632 ([5]), vit Régulus en plein jour.

En réalité, il avait été devancé lui-même de plus de 20 ans par Joseph Gaultier, d'Aix-en-Provence, ainsi qu'on le verra plus loin. Comme les travaux de cet astronome sont bien oubliés ([6]), nous allons les rappeler.

([1]) Voir Le Monnier, *Histoire céleste*, 1741, p. 17 et aussi p. 40.

([2]) *Scientia longitudinum*, pars sexta, p. 210.

([3]) Martini Hortensii Delfensis, *Dissertatio de Mercurio in Sole viso et Venere invisa*, Lugduni Batavorum, 1633, p. 37.

([4]) *Wer beobachtete zuerst Sterne am hellen Tage?* (*Astr. Nachr.*, t. **101**, 1882, col. 241-244).

([5]) *Historia cœlestis*, de Tycho Brahé (*Paralipomena*, p. 956).

([6]) De Zach (*Correspondance astronomique*, t. III, 1819, p. 335), exagérant un peu, prétend que, dans aucune langue, aucun dictionnaire biographique ne parle de J. Gaultier.

Joseph Gaultier (Gualterius), prieur de la Valette (1), naquit à Rians, aujourd'hui chef-lieu de canton du département du Var, le 24 novembre 1564. Il passa toute sa vie en Provence, principalement à Aix, et mourut dans cette ville le 1er décembre 1647.

Quelques renseignements biographiques ont été conservés par Achard (2); mais les manuscrits de Peiresc permettent de préciser son rôle comme astronome.

De bonne heure, dit Achard, il montra un « génie » propre à toutes les sciences et en étudia un grand nombre : Mathématiques, Astronomie, Médecine, Théologie, Droit. Il brilla au barreau et acquit de la réputation dans la Jurisprudence; en fait, sa correspondance (3) montre que ses amis, Gassendi par exemple, attachaient du prix à ses avis dans les procès qu'ils avaient à soutenir.

Déjà parvenu à un certain âge, il entra dans les ordres, devint prieur de la Valette et fut vicaire général d'Aix sous plusieurs archevêques de cette ville.

Il nous apprend lui-même (4) que dès 1594 il s'appliquait aux observations célestes, et qu'il a continué dans la suite, mais nous n'avons que peu de détails sur ses travaux.

Nous savons qu'il reçut, dans sa maison d'Aix, J.-B. Morin, le futur astrologue, en 1610, J. Boulliau et plus tard Gassendi en 1616, et qu'il exerça sur la direction de leurs études une véritable influence. Eut-il de même quelque influence analogue sur Peiresc, dont il était l'aîné de 15 ans? C'est ce qu'il serait intéressant de savoir, en raison du rôle de l'école provençale (5) sur le développement de l'Astronomie en France. De ce que rapporte Peiresc lui-même (P. — C_1, V, 384) on peut déduire que leurs relations de famille ne furent pas des plus cordiales. Mais en 1610 ils poursuivaient ensemble la construction de Tables des satellites de Jupiter.

---

(1) Arrondissement de Toulon (Var).

(2) Achard, *Dictionnaire de la Provence et du Conté-Venaissin* (Achard. — *Dict.*). 4 vol. in-4°, 1785-1787. Voir Tome III, p. 353-355 (les Tomes I-II sont un *vocabulaire* français-provençal et provençal-français).

(3) Tamizey de Larroque a publié 15 lettres de J. Gaultier à Peiresc (P. — C_2, IV); les deux premières sont de 1609 et 1629; les autres vont du 12 avril 1631 au 20 septembre 1632. A la suite sont deux lettres de Gassendi à Gaultier, du 9 juillet 1631 et du 17 août 1632.

(4) *Lettres escrites au Sr Morin, par les plus célèbres astronomes de France; approuvans son invention des Longitudes* (Morin. — *Lettres*). Paris, 1635, p. 10, 28.

(5) Pour apprécier équitablement le rôle de chacun dans la formation et le développement de cette école, il faut signaler en Provence la présence d'un astronome belge,

Dans le manuscrit 1803 de Carpentras (f° 187, v° et 189) on lit :

Die Mercurii 24 nov. 1610 Dn̄s Josephus Gualterius solus primam fecit Mediceor̄ observatōesp̄ fenestræ fere meridionale museoli sui. Jove jā satis elato supra vicina tecta quod vix atingere potuit antē mediā nocte cū ortus fuerit Juppiter horâ. 8. 13 min.

Die Mercurii Observatio Dn̄i Josephi Gualterii circa hora 10.

Le 24 Nov. 1610 Mr Gaultier a com̄ancé à voir les planètes Médicées.

Ainsi Gaultier avait dès lors un petit observatoire dans sa maison, et il fut le premier à voir les satellites de Jupiter, que les lunettes d'alors ne montraient pas toujours facilement.

Le *Journal* de Peiresc, dans la période 1610-1612, indique souvent la présence de Gaultier, mentionne ses observations, mais sans les donner : il est probable qu'en général il observait chez lui.

Il semble même (autant qu'on peut en juger sur son écriture changeante

---

Godefroy Wendelin, né à Herck (pays de Liége) le 6 juin 1580. Esprit aventureux et avide de savoir, à peine sa philosophie terminée, en 1599, il entreprend un voyage en Allemagne. Bientôt après il est à Marseille, dont il détermine la latitude, ce qui paraît être son premier travail astronomique sérieux. L'année suivante il est quelque temps correcteur d'imprimerie à Lyon, puis il se rend à Rome à l'occasion du *Jubilé*, qui attire également Peiresc.

Au retour il est quelque temps professeur à Digne, puis à Valensole, où il obtint au concours une chaire du collège. Revenu un instant au pays natal, il est encore attiré par la Provence et y passe 8 années, de 1604 à 1612, comme précepteur des enfants d'André Arnaud, seigneur de Miravail et lieutenant général de la sénéchaussée de Forcalquier. Il retourne alors dans sa patrie, entre dans les ordres et devient curé de Beets, puis de Herck, où il mourut en 1660 d'après les uns, en 1667 d'après d'autres.

Durant son séjour en Provence il fit diverses observations d'éclipses à Digne, à Valensole, à Forcalquier surtout, et il sut attirer à l'Astronomie un de ses élèves, Scipion Arnaud, avec lequel il observa, à Valence-sur-Rhône, l'éclipse de Lune du 5 septembre 1607.

Plus jeune de 16 ans que J. Gaultier il n'a pas dû avoir sur lui d'influence directe; mais il a eu quelque part au développement de l'Astronomie provençale. Dans la suite il resta constamment en relation avec les savants d'Aix.

Plus tard, attiré de nouveau par le midi de la France, il écrivait d'ailleurs lui-même à Peiresc le 22 mars 1628 (manuscrit 1810 de Carpentras, f° 80) : *J'espère que la Provence, qui m'a donné le premier tainct des Mathématiques, en esclorra les fruitz, c'est là que j'achèverai la perfection des mouvemens célestes.*

Voir C. Le Paige, *Un astronome belge du* XVIIe *siècle : Godefroy Wendelin* (*Ciel et Terre*, 12e année, 1891-1892, p. 57-66 et 81-90). Voir aussi : L. de Berluc, Perrussis, *Wendelin en Provence*. Digne, 1890, in-8°.

et parfois très difficile à déchiffrer) [1] que les feuillets 230-231 et 236-240 du même manuscrit 1803 sont une partie de son propre *Journal* : sur les deux premiers feuillets l'année manque, mais les observations qu'ils rapportent appartiennent sûrement à l'année 1611; les autres feuillets (236-240) vont du 23 février 1612 au 17 avril suivant. Ces observations uniquement relatives aux configurations des satellites de Jupiter sont analogues à celles que faisait alors Peiresc.

De Zach [2] avait trouvé dans les manuscrits de J. Gaultier la note suivante : 1 *Martii* 1611, *Mercurius hora* 6 $\frac{1}{2}$ *exiguus quidem, sed bene rotundus apparuit*. Et comme le 1er mars à $6^h 30^m$ le Soleil est levé à Aix, de Zach conclut que J. Gaultier a été le premier à voir les astres en plein jour, comme nous l'avons indiqué en commençant.

Nous ne connaissons pas le reste du *Journal* de Gaultier, mais nous pouvons avoir une idée de ses instruments par ceux que nous voyons, en 1618, entre les mains de Gassendi, dans ses premières observations faites chez le Prieur; c'étaient les suivants :

I. Un Rayon astronomique de 4 pieds, avec traversier portant deux pinnules mobiles; la division donnait, par transversales, le $\frac{1}{10000}$ du rayon. Cet instrument est peut-être identique à celui qui est indiqué en 1633 comme ayant 4 $\frac{1}{2}$ pieds de rayon.

II. Un Quarré géométrique dont les côtés, de 3 $\frac{1}{2}$ pieds de long, étaient divisés en 1000 parties dont on lisait le $\frac{1}{10}$.

III. Un Quart de cercle de 2 pieds de rayon.

IV. Un Astrolabe de $\frac{1}{2}$ pied de rayon.

V. Une Lunette qui n'était ni des plus grandes ni des meilleures.

Le peu que nous savons des observations qu'il fit dans la suite se trouve dispersé dans quelques correspondances et dans le *Journal* des observations de Gassendi : c'est ainsi que nous connaissons celles de diverses éclipses de Lune faites en 1620, 1628, 1632, 1635 [3] et celle de l'éclipse de Soleil du 8 avril 1633. Il fit aussi à Aix des déterminations de la déclinaison magnétique.

---

(1) Comparez au Mémoire autographe signé qui forme les feuillets 298-301 du manuscrit 1832 de Carpentras.

(2) *Correspondance astronomique, géographique*, etc., t. III, 1819, p. 336.

(3) Il fit cette dernière à sa « bastide », située à Puyricard, où il séjournait en été et où il avait un horizon plus dégagé qu'à Aix (P. — C_1 IV, 35).

En 1631 il chercha assidûment Mercure, dans son passage sur le Soleil; mais, comme la plupart des astronomes ses contemporains, il ne sut l'apercevoir.

Quant à sa manière d'observer, particulièrement pour les distances angulaires des astres avec le Rayon, c'est sans doute celle que suivait Gassendi, son élève, à ses débuts.

Agé de 70 ans et atteint de la pierre, il était devenu, dit Peiresc, « peu sensible aux choses dont il estoit aultrefoys si friand », et aussi difficile à voir que Mercure. Peiresc se plaint bien souvent qu'il consigne rigoureusement sa porte même à ses meilleurs amis « pour avoir plus de liberté d'être dessus ses livres, ... ».

Cependant nous le voyons donner à Agarrat et à Corberan quelques trop rares leçons sur le maniement des instruments.

A la demande de Peiresc, il rédigea, pour ceux qui devaient observer en Afrique, en Égypte, des Instructions qui ont été conservées (1).

Assez longtemps il s'occupa de la méthode d'Hipparque pour calculer la distance du Soleil par l'observation des éclipses de Lune : cette méthode, exposée par Cl. Ptolémée (2), était, avec celle d'Aristarque de Samos, la seule (3) alors connue pour déterminer la parallaxe solaire.

Lansberge avait écrit, sur ce sujet alors très important, un Traité (4) pour corriger ses prédécesseurs, Albategnius, Regiomontan, Copernic,

---

(1) Manuscrits de Carpentras, n° 1832 (P., LX) f° 146 (Copie). Il suppose à l'observateur un « quarré » avec lequel il prescrit de prendre des hauteurs méridiennes du Soleil pour avoir la latitude. Ce serait très utile à Carthage et surtout à Alexandrie « puisque depuis Ptolemee, nous n'avons encores leu aulcun qui l'aye faict. Tychon ayant aultre foys prié inutilement Mss^rs de la Repub. de Venise de commander à leurs Ambassadeurs de faire travailler a cela ce qu'il ne peult a faulte d'instrument ».

Il recommande de déterminer l'heure par des hauteurs d'étoiles et pense que, au Caire, et peut-être à Tunis, « s'y trouveront quelques Juifs ou Arabes, et aultres intelligents en Astronomie desquelz l'on pourroit tirer quelque Ayde... ».

A la suite, f° 147, se trouvent des instructions pour l'observation des occultations d'étoiles et des hauteurs solsticiales du Soleil.

(2) *Almageste,* Livre V, Chap. XV.

(3) C'est ce que Gaultier exprime en disant que cette méthode est « quasi la seule eschelle par où les astronomes pouvoient monter ès cieux pour y prendre les dimensions des grandeurs et distances du Soleil et de la Lune » (P. — C_2, IV, 58).

(4) PHILIPPI LAMBERGII, URANOMETRIÆ *libri tres. In quibus, Lunæ, Solis, et reliquorum Planetarum, et inerrantium Stellarum distantiæ à Terra, et magnitudines, hactenus ignoratæ perspicuè demonstrantur.* Middelburgi Zelandiæ, 1631.

Tycho, etc. A son tour Gaultier rectifie Lansberge et compose sur ce sujet un Mémoire qui a été conservé aussi ([1]).

Tels sont les travaux astronomiques de Joseph Gaultier qui nous ont été conservés. Ils ne correspondent qu'à une faible partie de sa longue carrière, de sorte que probablement d'autres sont perdus ou encore à découvrir. Ce qui tend à le prouver, c'est la haute opinion qu'avaient de lui ses contemporains.

Peiresc, qui cependant le trouve « assez difficile à manier », dit qu'il est « un des grands mathématiciens du temps », ajoutant qu'il « a l'esprit » merveilleusement fort et une science grandement solide et une grande » cognoisçance de tout ce qui nous est demeuré de meilleur de toute l'an- » tiquité concernant les mathématiques et de ce que les plus recents y ont » adjousté de plus recevable ».

Quoiqu'il ne donne pas dans les rêveries astrologiques, il est pour J.-B. Morin un « homme rare en toute science » et un des trois plus célèbres astronomes de France.

Quant à Gassendi, qui dans ses séjours à Aix se partageait entre Gaultier et Peiresc, il fait surtout l'éloge de l'ami et le considère comme la moitié de lui-même; il dit que, versé dans toutes les parties des mathématiques, il était surtout un astronome très habile.

En somme, J. Gaultier fait figure d'un homme de haute valeur qui ne s'est adonné aux sciences que par délassement, comme tant de savants de l'époque, et qui néanmoins a exercé une influence grande et peut-être prépondérante sur le renouvellement de l'Astronomie en Provence. En outre, il n'attachait aucun prix à faire connaître ses travaux, aimant mieux, suivant l'expression de Pitton, « savoir beaucoup que passer pour savant ». Il fut, au surplus, grand homme de bien.

A sa mort, en 1647, il laissait deux neveux, fils de son frère Honoré Gaultier ([2]), conseiller au Parlement d'Aix : l'un, Antoine Gaultier, succéda à son père comme conseiller, puis devint président au Parlement de Provence; l'autre, Honoré, frère d'Antoine, devint Prieur de Roquefeuil

---

([1]) Manuscrit 1832 (P., LX, t. II) de Carpentras, f°s 297.... Ce manuscrit contient plusieurs copies ou variantes de ce Mémoire, les unes en latin et les autres en français. Quant à la date, ce Mémoire paraît être de 1632.

([2]) Ce frère de l'astronome est peut-être l'Honoré Gautier dont parle Peiresc dans une lettre à Holstenius du 2 octobre 1631 (P. — C_1, V, 384) et qui alors donnerait quelques détails sur l'origine de la famille de J. Gaultier.

et marcha sur les traces de son oncle, dont il paraît avoir recueilli les instruments.

A la même époque ont vécu divers contemporains qui portaient le même nom, ce qui peut produire des confusions. Citons, entre autres, Jacques Gaultier (1560-1636), jésuite, et René Gaultier (env. 1560-1638).

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la théorie générale des oscillations électriques.* Note de M. **Pierre Duhem.**

1. Nous nous proposons d'étudier, sur un ou plusieurs corps doués de conductibilité, une oscillation électrique simple de période τ. Nous aurons donc

$$(1)\qquad \Phi = \Phi' \sin 2\pi \frac{t}{\tau} + \Phi'' \cos 2\pi \frac{t}{\tau},$$

Φ' et Φ'' étant deux fonctions des deux seules variables x, y, z; P, Q, R auront des expressions analogues.

Nous aurons aussi

$$(2)\qquad \Psi = \frac{\Phi}{\rho} + K \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Psi' \sin 2\pi \frac{t}{\tau} + \Psi'' \cos 2\pi \frac{t}{\tau},$$

avec

$$(3)\qquad \Psi' = \frac{\Phi'}{\rho} - \frac{2\pi}{\tau} K \Phi'', \qquad \Psi'' = \frac{\Phi''}{\rho} + \frac{2\pi}{\tau} K \Phi'.$$

$\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$, $\mathfrak{Q}'$, $\mathfrak{Q}''$, $\mathfrak{R}'$, $\mathfrak{R}$ se formeront respectivement à l'aide de P', P'', Q', Q'', R', R'' comme Ψ', Ψ'' se forment avec Φ', Φ''.

2. L'équation aux dérivées partielles que vérifie la fonction Φ entraîne, en tout point d'un corps homogène, les deux équations

$$(4)\qquad \left\{ \begin{aligned} & -\frac{2\pi}{\tau} \Delta \Phi'' + 4\pi\varepsilon \Delta \Psi' + \frac{8\pi^3}{\tau^2} a^2 k \Psi' = 0, \\ & \frac{2\pi}{\tau} \Delta \Phi' + 4\pi\varepsilon \Delta \Psi'' + \frac{8\pi^3}{\tau^2} a^2 k \Psi'' = 0, \end{aligned} \right.$$

qui peuvent également s'écrire

$$(5)\qquad \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{4\varepsilon^2}{\rho^2} + \frac{D^2}{\tau^2} \right) \Delta \Phi' + \frac{4\pi^2 a^2 k}{\tau^2} \left[2\left(\frac{\varepsilon}{\rho^2} + \frac{\pi D K}{\tau^2} \right) \Phi' + \frac{1}{\rho\tau} \Phi'' \right] = 0, \\ & \left(\frac{4\varepsilon^2}{\rho^2} + \frac{D^2}{\tau^2} \right) \Delta \Phi'' + \frac{4\pi^2 a^2 k}{\tau^2} \left[2\left(\frac{\varepsilon}{\rho^2} + \frac{\pi D K}{\tau^2} \right) \Phi' + \frac{1}{\rho\tau} \Phi' \right] = 0. \end{aligned} \right.$$

Les fonctions P', P'', Q', Q'', R', R'' vérifient les deux égalités

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial P'}{\partial x}+\frac{\partial Q'}{\partial y}+\frac{\partial R'}{\partial z}=0,\\ &\frac{\partial P''}{\partial x}+\frac{\partial Q''}{\partial y}+\frac{\partial R''}{\partial z}=0,\end{aligned}\right.$$

et aussi six équations dont les premières sont

$$(7)\qquad \left\{\begin{aligned} &\Delta P'+\frac{4\pi^2 a^2\mu}{\tau}\left(\frac{P''}{\rho}+\frac{2\pi K}{\tau}P'\right)=0,\\ &\Delta P''-\frac{4\pi a^2\mu}{\tau}\left(\frac{P'}{\rho}+\frac{2\pi K}{\tau}P''\right)=0.\end{aligned}\right.$$

En vertu des égalités (6), ces égalités (7) se peuvent encore écrire

$$(8)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial P'}{\partial y}-\frac{\partial Q'}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial R'}{\partial x}-\frac{\partial P'}{\partial z}\right)+\frac{4\pi a^2\mu}{\tau}\left(\frac{P''}{\rho}+\frac{2\pi K}{\tau}P'\right)=0,\\ &\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial P''}{\partial y}-\frac{\partial Q''}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial R''}{\partial x}-\frac{\partial P''}{\partial z}\right)-\frac{4\pi a^2\mu}{\tau}\left(\frac{P'}{\rho}-\frac{2\pi K}{\tau}P''\right)=0.\end{aligned}\right.$$

3. A la surface de séparation de deux corps homogènes 1 et 2, la continuité de $\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$ entraîne celles de Ψ' et de Ψ''; en outre, on a

$$(9)\qquad \left\{\begin{aligned} &4\pi\varepsilon\left(\frac{\partial\Psi'}{\partial n_1}+\frac{\partial\Psi'}{\partial n_2}\right)+\frac{2\pi}{\tau}(\mathfrak{M}''_1+\mathfrak{M}''_2)=0,\\ &4\pi\varepsilon\left(\frac{\partial\Psi''}{\partial n_1}+\frac{\partial\Psi''}{\partial n_2}\right)-\frac{2\pi}{\tau}(\mathfrak{M}'_1+\mathfrak{M}'_2)=0.\end{aligned}\right.$$

Enfin chacune des deux grandeurs $(\mathfrak{P}', \mathfrak{Q}', \mathfrak{R}')$, $(\mathfrak{P}'', \mathfrak{Q}'', \mathfrak{R}'')$ a, sur le plan tangent à la surface, une projection qui varie d'une manière continue lorsqu'on passe d'un côté à l'autre de cette surface; il en est de même des deux grandeurs (ξ', η', ζ'), (ξ, η'', ζ'').

4. Posons, pour abréger,

$$(10)\qquad \left\{\begin{aligned} p'&=\frac{\partial Q'}{\partial z}-\frac{\partial R'}{\partial y}, & p''&=\frac{\partial Q''}{\partial z}-\frac{\partial R''}{\partial y},\\ q'&=\frac{\partial R'}{\partial x}-\frac{\partial P'}{\partial z}, & q''&=\frac{\partial R''}{\partial x}-\frac{\partial P''}{\partial z},\\ r'&=\frac{\partial P'}{\partial y}-\frac{\partial Q'}{\partial x}, & r''&=\frac{\partial P''}{\partial y}-\frac{\partial Q''}{\partial x}.\end{aligned}\right.$$

Aux égalités précédentes, nous pourrons joindre les deux identités

$$(11)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial p'}{\partial x} + \dfrac{\partial q'}{\partial y} + \dfrac{\partial r'}{\partial z} = 0, \\ \dfrac{\partial p''}{\partial x} + \dfrac{\partial q''}{\partial y} + \dfrac{\partial r''}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

et six identités dont les deux premières sont

$$(12)\quad \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \Phi'}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \Phi'}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \Phi''}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \Phi''}{\partial y} = 0.$$

5. Multiplions la première égalité (4) par $-\left(\frac{2\pi}{\tau}\Delta\Phi' + 4\pi\varepsilon\,\Delta\Psi''\right)d\varpi$ et la seconde par $-\left(\frac{2\pi}{\tau}\Delta\Phi'' - 4\pi\varepsilon\,\Delta\Psi'\right)d\varpi$.

Multiplions la première égalité (11) par $\frac{2\pi}{\tau}\Psi'\,d\varpi$ et la seconde par $\frac{2\pi}{\tau}\Psi''\,d\varpi$.

Multiplions respectivement les six égalités (12) par $\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}'\,d\varpi$, $\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}''\,d\varpi$, ...

Enfin multiplions la première égalité (8) par $-\left(\frac{\partial r''}{\partial y} - \frac{\partial q''}{\partial z}\right)d\varpi$, la seconde par $\left(\frac{\partial r'}{\partial y} - \frac{\partial q'}{\partial z}\right)d\varpi$ et opérons de même pour les quatre autres égalités analogues.

Pour le volume d'un corps homogène appartenant au système, intégrons tous les produits obtenus; transformons certains termes à l'aide de l'intégration par parties; ajoutons membre à membre tous les résultats; nous trouvons l'égalité suivante :

$$(13)\quad \begin{aligned} &\int\left[\left(4\pi\varepsilon\frac{\partial\Psi''}{\partial n} - \frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{N}'\right)\Psi' - \left(4\pi\varepsilon\frac{\partial\Psi'}{\partial n} + \frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{N}''\right)\Psi''\right]dS \\ &+ \frac{2\pi}{\tau}\int(\alpha'\mathfrak{P}' + \beta'\mathfrak{Q}' + \gamma'\mathfrak{R}' + \alpha''\mathfrak{P}'' + \beta''\mathfrak{Q}'' + \gamma''\mathfrak{R}'')\,dS \\ &+ \frac{2\pi}{\tau}\int\frac{1}{\rho}(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2 + \xi''^2 + \eta''^2 + \zeta''^2)\,d\varpi \qquad = 0, \end{aligned}$$

égalité dans laquelle

$$(14)\quad \begin{cases} \alpha' = \zeta' b - \eta' c, & \beta' = \xi' c - \zeta' a, & \gamma' = \eta' a - \xi' b, \\ \alpha'' = \zeta'' b - \eta'' c, & \beta'' = \xi'' c - \zeta'' a, & \gamma'' = \eta'' a - \xi'' b. \end{cases}$$

Ajoutons membre à membre toutes les égalités, analogues à l'égalité (13), que fournissent les divers corps du système; en vertu des conditions énu-

mérées au n° 3, toutes les intégrales relatives aux surfaces de contact disparaîtront; il restera une égalité, semblable à l'égalité (13), où les deux premières intégrales s'étendront à la surface qui borne le système et la troisième au volume entier du système.

6. Reprenons un calcul semblable au précédent.

Multiplions respectivement les équations (4) par $\Psi' d\varpi$, $\Psi'' d\varpi$; les égalités (11) par $-\frac{2\pi}{\tau}\Psi'' d\varpi$ et $\frac{2\pi}{\tau}\Psi' d\varpi$; les égalités (12) par $-\frac{2\pi}{\tau}\mathcal{P}'' d\varpi$, $\frac{2\pi}{\tau}\mathcal{P}' d\omega$, ...; enfin les égalités (8) par $\frac{2\pi}{\tau}\mathcal{P}'' d\varpi$, $-\frac{2\pi}{\tau}\mathcal{P}' d\varpi$, ... Après les transformations habituelles, nous trouverons, pour chacun des corps homogènes qui composent le système, l'égalité suivante :

$$
\begin{aligned}
(15)\qquad & \int\left[\left(\frac{2\pi}{\tau}\mathcal{N}'' - 4\pi\varepsilon\frac{\partial\Psi'}{\partial n}\right)\Psi' - \left(\frac{2\pi}{\tau}\mathcal{N}' + 4\pi\varepsilon\frac{\partial\Psi''}{\partial n}\right)\Psi''\right] dS \\
& + \frac{2\pi}{\tau}\int(\alpha'\mathcal{P}'' + \beta'\mathcal{Q}'' + \gamma'\mathcal{R}'' - \alpha''\mathcal{P}' - \beta''\mathcal{Q}' - \gamma''\mathcal{R}')\, dS \\
& + 4\pi\varepsilon\int\left[\left(\frac{\partial\Psi'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi'}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi'}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi''}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi''}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi''}{\partial z}\right)^2\right] d\varpi \\
& + \frac{4\pi^2}{\tau^2}\int K(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2 + \xi''^2 + \eta''^2 + \zeta''^2)\, d\varpi \\
& = \frac{8\pi^3 a^2}{\tau^2}\int\left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{4\pi^2 K^2}{\tau^2}\right)[k(\Phi'^2 + \Phi''^2) + \mu(P'^2 + Q'^2 + R'^2 + P''^2 + Q''^2 + R''^2)]\, d\varpi.
\end{aligned}
$$

Les conditions indiquées au n° 3 permettront d'étendre cette égalité au système tout entier, en y désignant par S la surface qui borne ce système.

Dans l'étude des oscillations dont nous nous occupons, les égalités (13) et (15) jouent un rôle essentiel.

7. Tirons seulement quelques conséquences de l'égalité (13).

Pour interpréter cette équation, il convient de se rappeler les relations qui existent entre Ψ et la fonction potentielle électrostatique W, entre $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$ et les composantes L, M, N du champ magnétique. Ces relations donnent

$$(16)\qquad \Psi' = \frac{1}{2\tau}W'', \qquad \Psi'' = -\frac{1}{2\tau}W',$$

$$(17)\qquad 4\pi\varepsilon\frac{a}{\sqrt{2}}\mathcal{P}' = L', \qquad 4\pi\varepsilon\frac{a}{\sqrt{2}}\mathcal{P}'' = L'', \qquad \ldots$$

Si donc la fonction potentielle électrostatique et les trois composantes du champ magnétique sont, en chaque point de la surface limite, maintenus

invariables, l'égalité (13) se réduit à

$$\int \frac{1}{\rho}(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2 + \xi''^2 + \eta''^2 + \zeta''^2)\, d\varpi = 0; \tag{18}$$

une vibration propre ne peut exister sur le système, à moins qu'elle ne corresponde à un champ nul en tout point où la résistance spécifique n'est pas infinie.

On a donc, en tout point d'un corps conducteur,

$$\begin{cases} \xi' = 0, & \eta' = 0, & \zeta' = 0, \\ \xi'' = 0, & \eta'' = 0, & \zeta'' = 0. \end{cases} \tag{19}$$

Les égalités (2) de notre précédente Note ([1]) donnent alors

$$\Delta\Phi' = 0, \qquad \Delta\Phi'' = 0$$

et, partant, en vertu des égalités (5),

$$\Phi' = 0, \qquad \Phi'' = 0. \tag{20}$$

Les égalités (19) donnent aussi, en tout point de ce conducteur,

$$\begin{matrix} L' = 0, & M' = 0, & N' = 0, \\ L'' = 0, & M'' = 0, & N'' = 0, \end{matrix}$$

ou bien, en vertu des égalités (17),

$$\begin{cases} \mathfrak{P}' = 0, & \mathfrak{Q}' = 0, & \mathfrak{R}' = 0, \\ \mathfrak{P}'' = 0, & \mathfrak{Q}'' = 0, & \mathfrak{R}'' = 0. \end{cases} \tag{21}$$

Considérons, dès lors, la surface de séparation S_{12} d'un corps conducteur 1 et d'un corps purement diélectrique 2. En tout point d'une telle surface, on sait qu'on a l'égalité

$$D_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial t} + \frac{4\pi\varepsilon}{\rho_1} \mathfrak{N}_1 + D_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial t} = 0.$$

Jointe aux égalités (19), elle donne aisément

$$\mathfrak{N}'_2 = 0, \qquad \mathfrak{N}''_2 = 0. \tag{22}$$

Comme d'ailleurs les composantes tangentielles des deux grandeurs (ξ', η', ζ'), (ξ'', η'', ζ'') varient d'une manière continue au travers de la surface S_{12}, on a, en tout point de cette surface, en vertu des mêmes

([1]) *Comptes rendus*, t. 162, 15 mai 1916, p. 736.

égalités (19),

$$(23) \qquad \begin{cases} \xi'_2 = 0, & \eta''_2 = 0, & \zeta''_2 = 0, \\ \xi''_2 = 0, & \eta''_2 = 0, & \zeta''_2 = 0. \end{cases}$$

Ψ', Ψ'' varient d'une manière continue au travers de la surface S_{12}; dès lors, les égalités (20) donnent sans peine, sur cette surface,

$$(24) \qquad \Phi'_2 = 0, \qquad \Phi''_2 = 0.$$

Les égalités (9), (20), (22) donnent, en tout point de S_{12},

$$(25) \qquad \frac{\partial \Phi'_2}{\partial n_2} = 0, \qquad \frac{\partial \Phi''_2}{\partial n} = 0.$$

Enfin, au travers de la surface S_{12}, les composantes tangentielles des deux grandeurs $(\mathfrak{P}', \mathfrak{Q}', \mathfrak{R}')$, $(\mathfrak{P}'', \mathfrak{Q}'', \mathfrak{R}'')$ et les composantes normales des deux vecteurs $(\mu\mathfrak{P}', \mu\mathfrak{Q}', \mu\mathfrak{R}')$, $(\mu\mathfrak{P}'', \mu\mathfrak{Q}'', \mu\mathfrak{R}'')$ varient d'une manière continue; dès lors, les égalités (21) nous donnent, en tout point de la surface S_{12},

$$(26) \qquad \begin{cases} P'_2 = 0, & Q'_2 = 0, & R'_2 = 0, \\ P''_2 = 0, & Q''_2 = 0, & R''_2 = 0. \end{cases}$$

Supposons que le système soit le siège d'une oscillation électrique propre. Pour que le champ électrique n'y fût pas identiquement nul en tout point, il faudrait qu'il différât de zéro au moins en quelque région appartenant à des corps non conducteurs, car il est identiquement nul au sein de tout corps conducteur. Mais alors, en vertu des égalités (23), (24), (25) et (26), vérifiées en tout point pris dans un corps non conducteur, mais infiniment voisin d'un corps conducteur, *l'oscillation électrique considérée constituerait, pour l'ensemble des corps purement diélectriques que contient le système, une oscillation électrique propre appartenant à la fois aux trois catégories qui ont été définies au n° 6 de notre Note précédente* [1].

Or, en général, l'existence d'une telle oscillation électrique est impossible.

D'où la conclusion suivante :

Un système contenant des corps conducteurs ne peut présenter, en général, aucune oscillation électrique propre.

Par conséquent, *à parler rigoureusement,* il n'y a pas de résonnance électrique dans un système contenant des corps conducteurs; les phénomènes qu'on y observe ne réalisent la résonnance que d'une manière approchée.

---

[1] *Comptes rendus,* t. 162, 15 mai 1916, p. 740.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *Une lettre inédite de Parmentier.* Note de M. **Balland.**

Cette lettre vient d'un marchand d'autographes du quai Malaquais. Elle est du 13 août 1800 et adressée au ministre de la guerre Carnot [1]. Parmentier était alors le collègue de Carnot à l'Institut et membre du Conseil de santé des armées. C'est à ce dernier titre qu'il eut à examiner des réclamations concernant le pain distribué aux pensionnaires de l'Hôtel des Invalides. Ce pain, bien différent du pain ordinaire des troupes, devait être fabriqué avec des farines blutées à 25 pour 100, c'est-à-dire provenant de blés dont on a retiré 75 pour 100 de farines. C'est le pain de farines entières, le pain de ménage par excellence, sur lequel j'ai attiré plusieurs fois l'attention de l'Académie et qu'une loi récente vient d'étendre à toute la France.

Parmentier reconnut que le pain critiqué ne répondait pas aux prescriptions réglementaires; il contenait un excès de farine bise et de remoulage au détriment des farines blanches. Comme au temps de Parmentier, ce genre de fraude s'observe encore fréquemment dans les farines des entrepreneurs de la guerre destinées au pain de munition; on le retrouvera sûrement dans le nouveau pain français : on peut remarquer déjà que les pains des différents quartiers de Paris ne présentent pas les mêmes caractères.

Voici la lettre de Parmentier :

A Paris, ce 25 Thermidor de l'an 8.

Citoyen ministre,

Le pain destiné à la subsistance des Invalides et que vous m'avez chargé d'examiner, est bien fabriqué, parfaitement cuit, d'une odeur et d'un goût qui appartiennent au froment pur et de bonne qualité; cet aliment ne paraît donc pas mélangé d'orge et de seigle.

Mais je ne puis vous dissimuler, citoyen ministre, qu'en consultant l'article 6 du cahier des charges du marché des munitionaires, le pain dont il s'agit devrait être un pain moins bis; car, si après l'extraction de 25^{h} de son par quintal de grains on

(1) Carnot (Lazare-Nicolas-Marguerite), chef de bataillon du génie; député à la Convention et chargé, par le Comité de salut public, de la direction des opérations militaires; inspecteur général aux revues; ministre de la guerre, du 12 Germinal an VIII (2 avril 1800) au 16 Vendémiaire an IX (8 octobre 1800).

réunissait toutes les farines résultantes de la mouture économique, on obtiendrait un pain sensiblement plus blanc. Ce léger défaut que je reproche au pain des Invalides peut néanmoins provenir autant du fournisseur que du marchand; mais quand les farines bises du commerce sont trop foncées, le premier alors doit avoir l'attention d'employer une plus grande proportion de farines blanches afin que le résultat ait constamment la même nuance d'aspect et de saveur.

Comme l'extraction à 25^{h} de son au quintal prescrite par le marché est précisément la totalité de ce que le blé contient d'écorce et que le pain qui en provient devrait offrir le caractère de *pain de toutes farines*, de *pain de ménage*, je pense que sa nuance pourrait toujours être celle du pain bis-blanc et non du pain bis et que si le mélange des farines se trouvait dans des proportions plus exactes, il deviendrait par ce moyen l'unique pain de la maison sans une augmentation de frais.

Si vous désirez, citoyen ministre, un aperçu de la quantité et qualité de farines qu'on retire du blé par la mouture économique ([1]) et l'espèce de pain qui provient de leur mélange après la séparation du son, je vous prierai de donner des ordres à la boulangerie de la 17e division militaire au Gros Caillou. Je m'empresserai d'y faire avec le manutentionaire les expériences propres à seconder l'utilité de vos vues.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux membres de la Commission du Fonds Bonaparte. L'un de ces membres devra être choisi dans la Division des Sciences mathématiques, l'autre parmi les Académiciens libres.

M. **M. Hamy**, de la Division des Sciences mathématiques, et **M. A. de Gramont**, Académicien libre, réunissent la majorité des suffrages.

([1]) Parmentier a écrit d'autre part : « Dans le Tableau des produits du froment obtenus par la mouture économique, on voit que le grain donne les trois quarts de son poids en farine et l'autre quart en issues; que la farine est distinguée en farine blanche et en farine bise; que les issues sont également distinguées en gros son, en petit son et en remoulage. Ce dernier, plus divisé que les deux autres sons, forme le cinquième du poids des issues et la vingtième partie du grain; il concourt à rendre le pain plus propre à la nourriture des hommes adonnés à des exercices violents.... Rarement les parties constituantes du froment sont employées ensemble : les farines blanches servent à faire le pain mollet; il porte le nom de *pain bis-blanc* ou de *ménage* quand on le compose de farines bise et blanche; on l'appelle *pain bis* dès qu'on y ajoute le remoulage. » [*Rapport sur le pain des troupes* (*Procès-verbaux des Séances de l'Académie des Sciences depuis la fondation de l'Institut*, t. 1, p. 133).]

CORRESPONDANCE.

Mme **René Zeiller** offre un Mémoire de son mari, intitulé : *Sur quelques plantes wealdiennes recueillies au Pérou par M. le capitaine Berthon.*

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le Service géodésique du Danemark, 1816-1916, publié par le général V.-H.-O. Madsen, directeur du Service géodésique du Danemark. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur le mouvement d'une bille de billard avec frottements de glissement et de roulement.* Note [1] de M. **B. Globa-Mikhaïlenco**, présentée par M. Appell.

1. Ce problème a été traité d'abord par M. Appell [2] à l'aide d'équations intrinsèques. L'objet de cette Note est de donner au point de vue expérimental la solution approchée du problème, en supposant le coefficient du frottement de roulement δ très petit. En rapportant le mouvement aux axes fixes $O\xi\eta\zeta$, dont $O\xi$ et $O\eta$ sont dans le plan du tapis et $O\zeta$ est la verticale ascendante, on désignera par ξ, η, R les coordonnées du centre de la bille, par p, q, r les composantes de la rotation instantanée, par $\omega = \sqrt{p^2+q^2}$ la composante horizontale de cette rotation, par mX, mY, N les réactions inconnues du plan du tapis et par f et δ les coefficients de frottement de glissement et de roulement. Les équations du mouvement s'écrivent :

$$(1)\qquad \xi'' = X, \qquad \eta'' = Y, \qquad \zeta'' = 0 = -mg + N, \qquad N = mg,$$

$$(2)\qquad k^2 p' = RY - \frac{pg\delta}{\omega}, \qquad k^2 q' = -RX - \frac{qg\delta}{\omega}, \qquad k^2 r' = 0, \qquad r = r_0^0,$$

en désignant par mk^2 le moment d'inertie de la sphère. De plus, tant que

---

(1) Séance du 22 mai 1916.
(2) *Journal de Mathématiques*, t. 7, 1911, p. 85-96.

dure le glissement, nous avons

$$X^2 + Y^2 = f^2 g^2, \qquad (\xi' - qR)Y = (\eta' + pR)X, \tag{3}$$

$$\xi' - qR = u \qquad \text{et} \qquad \eta' + pR = v, \tag{4}$$

étant les projections de la vitesse du point de contact. L'ensemble de ces six équations nous permettra de déterminer les six fonctions cherchées qui sont : ξ, η, p, q, X, Y.

2. D'après un théorème de M. Picard ([1]), ces équations admettent des intégrales développables suivant les puissances croissantes de δ, pourvu que δ soit assez petit. Pour s'en assurer il suffit d'écrire ces équations sous la forme donnée par M. Appell dans l'article cité page 94.

Ceci posé, nous cherchons les fonctions inconnues sous la forme de séries :

$$\left\{\begin{aligned} &\xi = \sum_{i=0}^{\infty} \xi_i \delta^i, \qquad \eta = \sum_{0}^{\infty} \eta_i \delta^i, \qquad X = \sum_{0}^{\infty} X_i \delta^i, \qquad Y = \sum_{0}^{\infty} Y_i \delta^i, \\ &\qquad p = \sum_{0}^{\infty} p_i \delta^i, \qquad q = \sum_{0}^{\infty} q_i \delta^i, \qquad \omega = \sum_{0}^{\infty} \omega_i \delta^i. \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Nous portons ces expressions dans les équations (1), (2), (3) et (4) et, en égalant les coefficients des mêmes puissances de δ, nous obtenons les équations qui nous permettent de déterminer de proche en proche tous les coefficients

$$\xi_i, \quad \eta_i, \quad X_i, \quad Y_i, \quad p_i, \quad q_i \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots).$$

3. Tous les calculs faits, nous aurons les équations

$$\xi_i'' = X_i, \qquad \eta_i'' = Y_i; \tag{6}$$

$$\left\{\begin{aligned} &p_0' = \frac{RY_0}{k^2}, && q_0' = -\frac{RX_0}{k^2}, \\ &p_1' = \frac{RY_1}{k^2} - \frac{gp_0}{k^2\omega_0}, && q_1' = -\frac{RX_1}{k^2} - \frac{gq_0}{k^2\omega_0}, \\ &p_2' = \frac{RY_2}{k^2} - \frac{gq_0}{k^2\omega_0^3}[p_1 q_0 - p_0 q_1], && q_2' = -\frac{RX_2}{k^2} - \frac{gp_0}{k^2\omega^3}[q_1 p_0 - q_0 p_1], \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, && \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots; \end{aligned}\right. \tag{7}$$

$$X_0^2 + Y_0^2 = f^2 g^2, \qquad 2(X_0 X_1 + Y_0 Y_1) = 0,$$

([1]) E. Picard, *Traité d'Analyse*, t. 3, p. 162.

et, en général,

$$(8)\qquad \sum_{i=0}^{k}(X_iX_{k-i}+Y_iY_{k-i})=0 \qquad (k=1,2,3,\ldots),$$

$$(9)\qquad \begin{cases} (\xi'_0-Rq_0)Y_0=(\eta'_0+Rp_0)X_0,\\ (\xi'_0-Rq_0)Y_1+(\xi'_1-Rq_1)Y_0=(\eta'_0+Rp_0)X_1+(\eta'_1+Rp_1)X_0,\\ (\xi'_0-Rq_0)Y_2+(\xi'_1-Rq_1)Y_1+(\xi'_2-Rq_2)Y_0\\ \quad =(\eta'_0+Rp_0)X_2+(\eta'_1+Rp_1)X_1+(\eta'_2+Rp_2)X_0,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Prenons l'axe $O\xi$ parallèle à la direction fixe du vecteur X_0, Y_0. Nous aurons $Y_0=0$ et les formules (8) nous donneront

$$(10)\qquad \begin{cases} X_0=-fg, \qquad X_1=0,\\ 2X_0X_2+\quad Y_1^2=0 \quad \text{ou} \quad -2fgX_2+\quad Y_1^2=0,\\ X_0X_3+Y_1Y_2=0 \quad \text{ou} \quad -\quad fgX_3+Y_1Y_2=0, \end{cases}$$

et ainsi de suite. Ces équations nous permettront de calculer les X en connaissant les Y. Nous aurons ensuite

$$(11)\qquad \begin{gathered} Y'_1=-\frac{gp_0X_0}{k^2\omega_0^2(\xi'_0-Rq_0)}=\frac{5fg^2}{2R^2}\,\frac{p_0}{\omega_0u_0},\\ (\xi'_0-Rq_0)Y'_2=-\frac{Rgq_0}{k^2\omega_0}\left[Y_1+\frac{p_1q_0-p_0q_1}{\omega_2^2}X_0\right], \end{gathered}$$

et ainsi de suite. Tous les Y se calculent par des quadratures et les X se calculent ensuite par des opérations algébriques.

4. Pour $\delta=0$ nous avons le cas classique qui donne

$$X_0=-fg, \qquad Y_0=0, \qquad \xi_0=\xi_0^0+\xi_0'^0t-\frac{fg}{2}t^2, \qquad \eta_0=\eta_0^0+\eta_0'^0t;$$

$$p_0=p_0^0=\text{const.}, \qquad q_0=q_0^0+\frac{5f}{2R}gt, \qquad u_0=u_0^0-\frac{7}{2}fgt, \qquad v_0=0 \qquad (u_0\geqq 0),$$

les lettres ξ_0^0, η_0^0, p_0^0, q_0^0, u_0^0 désignant les valeurs initiales. On a ensuite

$$X_1=0, \qquad Y_1=\frac{5gp_0^0}{7R^2A}\left(\log\frac{\omega_0+\frac{5}{7}\frac{u_0}{R}+A}{\omega_0+\frac{5}{7}\frac{u_0}{R}-A}-\log\frac{\omega_0^0+\frac{5}{7}\frac{u_0^0}{R}+A}{\omega_0^0+\frac{5}{7}\frac{u_0^0}{R}-A}\right),$$

A étant une constante d'intégration; Y_1 est toujours du signe de p_0^0 et croît en valeur absolue. Pour $p_0^0=0$, Y_1 est constamment nul.

Cela posé, on voit que le frottement de roulement fait rapprocher la trajectoire du centre de la bille de l'axe $O\xi$. Si la vitesse initiale du centre fait un angle aigu avec l'axe $O\xi$, le frottement de roulement redresse la trajectoire, et si cet angle est obtus, il la rend plus courbe.

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il suffit de calculer η_1 donnée par l'équation $\eta_1'' = Y_1$, et l'on aura

$$\xi = \xi_0 = \xi_0^0 + \xi_0'^0 t - \frac{1}{2} g t^2,$$

$$\eta = \eta_0 + \delta\eta_1 = \eta_0^0 + \eta_0'^0 t + \delta \int_0^t \int_0^t Y_1 \, dt^2.$$

De même, on calcule, par des quadratures, les valeurs de p_1 et q_1 Les approximations plus grandes ne présentent que des difficultés de calcul.

ÉLASTICITÉ. — *Tous les points d'une plaque rectangulaire mince posée s'abaissent quand on lui applique une charge uniforme, aucun élément ne reste horizontal, les lignes de plus grande pente aboutissent toutes au centre.* Note de M. **Mesnager**, transmise par M. A. Blondel.

M. J. Résal a montré (¹) qu'en appliquant une charge au centre d'une plaque rectangulaire de proportions convenables, on produit très probablement le soulèvement de certaines régions de la plaque. On peut se demander s'il en est de même dans le cas de charge uniformément répartie.

Pour cela, utilisons l'équation du déplacement sous la forme de série simple, que Maurice Lévy nous a appris à obtenir (²) et dont M. Estanave a calculé l'expression (³). On peut donner à celle-ci la forme simple

$$w = \frac{4pa^4}{EI\pi^5}(1-\eta^2)\sum \frac{\sin \alpha x}{i^5}$$
$$\times \left\{ 1 - \frac{\operatorname{ch}\alpha(b-y) + \operatorname{ch}\alpha y + \frac{\alpha}{2}(b-y)\operatorname{sh}\alpha y + \frac{\alpha y}{2}\operatorname{sh}\alpha(b-y)}{1+\operatorname{ch}\alpha b} \right\}$$

$\left(\eta\right.$ coefficient de Poisson, i nombre impair, $\alpha = \frac{i\pi}{a}$, a et b côtés de la plaque, p charge par unité de surface$\left.\right)$.

(¹) *Annales des Ponts et Chaussées*, t. IV, 1912, p. 526.

(²) *Comptes rendus*, t. **129**, 1899, p. 535-539.

(³) *Thèse* (Gauthier-Villars, 1900).

On vérifie d'ailleurs directement et très rapidement cette formule.

De cette expression de w, on déduit, A étant un nombre positif indépendant de x, y et i,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -A \sum \frac{(b-y)\operatorname{sh}\alpha y + y \operatorname{sh}\alpha(b-y)}{i^2(1+\operatorname{ch}\alpha b)}$$

ou en posant

$$\pi\frac{b}{a} = \rho, \qquad y = \theta b, \qquad b - y = \theta' b,$$

avec $\theta + \theta' = 1$ et C étant une constante positive,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -C \sum \frac{\sin i\pi\frac{x}{a}}{i} \frac{2 + (\theta^2+\theta'^2)\frac{i^2\rho^2}{3!} + (\theta^4+\theta'^4)\frac{i^4\rho^4}{5!} + \ldots}{2 + \frac{i^2\rho^2}{2!} + \frac{i^4\rho^4}{4!} + \ldots}.$$

Remarquons que les quotients des mêmes puissances de i, au numérateur et au dénominateur de la dernière fraction, satisfont aux relations

$$\frac{2}{2} > \frac{\theta^2+\theta'^2}{3} > \frac{\theta^4+\theta'^4}{5} > \ldots > \frac{\theta^n+\theta'^n}{n+1} > \ldots.$$

Or quand a, a_1, a_2, ..., b, b_1, b_2 étant des nombres positifs, on a

$$\frac{a}{b} > \frac{a_1}{b_1} > \frac{a_2}{b_2} > \ldots > \frac{a_n}{b_n},$$

le quotient

$$\frac{a + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n}{b + b_1 x + b_2 x^2 + \ldots + b_n x^n}$$

décroît constamment lorsque x croît de 0 à l'∞. On le vérifie en prenant la dérivée et en constatant que les coefficients de son numérateur sont tous négatifs.

Donc la série qui entre dans la dérivée seconde de w est de la forme $A_i \sin ix$, i étant un nombre impair et A_i un nombre positif qui décroît constamment lorsque i croît et a pour limite 0.

Une pareille série, qu'on sait être (¹) *convergente, a une valeur positive pour toute valeur de* x *comprise en* 0 *et* π.

En effet, la formule de la somme de sinus d'arcs en progression arithmétique donne

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \ldots + \sin ix = \frac{\sin^2\frac{i+1}{2}x}{\sin x} = \frac{1-\cos(i+1)x}{2\sin x}.$$

(¹) Lebesgue, *Leçons sur les séries trigonométriques*, p. 42 (Gauthier-Villars, 1906).

Si l'on remplace dans le second membre ix par une variable z, se modifiant d'une façon continue, on y obtient une fonction périodique qui, quand z croît à partir de o, prend successivement et périodiquement pour $x+z=K\pi$ les valeurs o et $\frac{1}{\sin x}$ qui forment ses deux limites. Toutes les fois que z passe par les valeurs x, $3x$, $5x$, ..., le second membre devient égal à la somme d'un certain nombre de termes de la série du premier membre. Je puis poser, en remarquant que

$$1-\cos(x+z)=\int\sin(x+z)\,dz,$$

$$A_1\sin x+A_3\sin 3x+\ldots+A_i\sin ix=\int_0^i A_z\frac{\sin(z+x)}{2\sin x}dz,$$

A_z étant une fonction discontinue, prenant successivement les valeurs A_1, A_3, ..., A_i quand la variable z passe par les valeurs x, $3x$, $5x$, ..., ix et la conservant jusqu'à ce qu'elle ait augmenté de deux unités. Si l'on fait varier d'une façon continue les limites de l'intégration, le second membre varie d'une façon continue.

Les sinus sont positifs et par conséquent la valeur de cette intégrale croît lorsque, à sa limite supérieure, on a

$$2K\pi<z+x<(2K+1)\pi;$$

elle décroît lorsque, à sa limite supérieure, on a

$$(2K+1)\pi<z+x<2(K+1)\pi.$$

La fonction que représente l'intégrale atteint donc ses minima successifs lorsque, à sa limite supérieure, on a

$$x+z=2K\pi,$$

K étant un entier quelconque. Or l'accroissement pendant chacune des périodes de croissance est supérieur à la diminution subie pendant la période de décroissance suivante, puisque A_z diminue de valeur pour des variations de $z=2x<2\pi$, puisqu'on a $x<\pi$. Donc les minima de l'intégrale sont tous positifs, par suite elle est constamment positive.

L'expression

$$A_1\sin x+A_3\sin 3x+\ldots+A_i\sin ix,$$

dont les valeurs sont toutes des valeurs de cette intégrale, est par conséquent toujours positive et sa limite aussi.

On aurait pu aisément, par ce procédé, démontrer aussi la convergence de la série.

1° La concavité de la courbe est donc tournée dans toute la plaque vers les w négatifs. La tangente étant horizontale sur l'axe par symétrie, *on descend constamment depuis le contour jusqu'à un axe, en suivant une parallèle à un côté de la plaque.* 2° *En aucun point, autre que le centre et les sommets, le plan tangent n'est horizontal*, car l'une au moins des tangentes suivant les sections parallèles aux côtés est inclinée. 3° *Le centre est le point le plus bas*, minimum minimorum, rencontre des axes. 4° *Toute ligne de plus grande pente y converge*, car en chaque point elle est dirigée dans l'angle des sections parallèles aux côtés qui comprend le centre, comme perpendiculaire à l'horizontale infiniment voisine les coupant plus bas. Pénétrant dans des rectangles concentriques au centre infiniment décroissants, elle ne peut, sauf au centre, rencontrer les axes qui sont lignes de plus grande pente par symétrie. 5° *L'indicatrice est au centre une ellipse* ayant pour axes ceux de la plaque et *aux sommets une hyperbole* ayant pour asymptotes les côtés de la plaque. Près des sommets, la courbure suivant la plus grande pente est de signe contraire à celle des parallèles aux côtés (d'où utilité d'armer en ce sens et dans cette région les plaques en béton).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Intégration d'un système d'équations différentielles qu'on rencontre dans l'étude d'un problème cosmique.* Note de M. **Carl Störmer**, présentée par M. Appell.

Dans quelques Notes publiées en 1912 et 1913 (1), j'ai donné une série de résultats relatifs au problème suivant :

Trouver le mouvement d'un corpuscule électrisé dans le champ d'un aimant élémentaire en supposant que le corpuscule soit soumis aussi à l'action d'une force centrale émanant de l'aimant et inversement proportionnelle au carré de la distance.

Avec les notations de ma Note du 10 février 1913 introduisons, au lieu de R, z et t, les nouvelles variables u, v, σ, définies par les équations (2)

$$R = e^u \cos v, \qquad z = e^u \sin v, \qquad dt = e^{2u}\, d\sigma.$$

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1073; t. 156, 1913, p. 450 et 536.

(2) Cas particulier des transformations isogonales de M. Goursat.

Alors un calcul facile donne, pour le mouvement du corpuscule, le système d'équations suivant :

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = \mathrm{C}\cos^{-2}v - a\mathrm{M}e^{-u},$$

$$\frac{d^2u}{d\sigma^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial\mathrm{P}}{\partial u}, \qquad \frac{d^2v}{d\sigma^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial\mathrm{P}}{\partial v}, \qquad \left(\frac{du}{d\sigma}\right)^2 + \left(\frac{dv}{d\sigma}\right)^2 = \mathrm{P},$$

$$\mathrm{P} = \mathrm{C}_1e^{2u} - 2bme^u + 2\mathrm{C}a\mathrm{M}e^{-u} - \mathrm{C}^2\cos^{-2}v - a^2\mathrm{M}^2e^{-2u}\cos^2v.$$

Nous distinguerons deux cas : 1° *on néglige tous les termes contenant* $a^2\mathrm{M}^2$ *en facteur;* 2° *dans le terme en* $a^2\mathrm{M}^2$ *on remplace* $\cos^2 v$ *par* 1. Dans les deux cas, *on obtient un système intégrable par des quadratures.* En effet, P devient alors somme d'une fonction U de u et d'une fonction V de v, cas de Liouville; on trouve, γ étant une constante d'intégration,

$$\left(\frac{du}{d\sigma}\right)^2 = \mathrm{U} - \gamma, \qquad \left(\frac{dv}{d\sigma}\right)^2 = \mathrm{V} + \gamma,$$

$$\int\frac{du}{\sqrt{\mathrm{U}-\gamma}} = \sigma + \mathrm{C}', \qquad \int\frac{dv}{\sqrt{\mathrm{V}+\gamma}} = \sigma + \mathrm{C}'',$$

C′ et C″ étant des constantes. En substituant ici les valeurs

$$\mathrm{U} = \mathrm{C}_1e^{2u} - 2bme^u + 2\mathrm{C}a\mathrm{M}e^{-u} - a^2\mathrm{M}^2e^{-2u}, \qquad \mathrm{V} = -\mathrm{C}^2\cos^{-2}v,$$

la première intégrale se réduit à *une intégrale elliptique* par la substitution $e^{-u} = \rho$ et la seconde peut être effectuée immédiatement. u et v étant ainsi trouvées comme fonctions de σ, on obtient t et φ par deux nouvelles quadratures, ce qui achève l'intégration.

Cette approximation peut s'appliquer aux régions de l'espace où l'action électromagnétique est assez petite ou bien la force centrale assez grande. Le résultat a beaucoup d'intérêt aussi bien pour la physique cosmique que pour la physique atomistique, quand il s'agit de calculer la dispersion des rayons corpusculaires autour des atomes.

Premier cas (on néglige $a^2\mathrm{M}^2$). — Pour effectuer les intégrations on simplifie d'abord les équations différentielles en introduisant les nouvelles variables R_1, z_1 et τ définies par

$$\mathrm{R} = \alpha\mathrm{R}_1, \qquad z = \alpha z_1, \qquad t = \beta\tau$$

où l'on emploie les mêmes notations que dans ma Note du 10 février 1913. On a

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \mathrm{U},$$

$$\frac{d^2\mathrm{R}_1}{d\tau^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial\mathrm{Q}_1}{\partial\mathrm{R}_1}, \qquad \frac{d^2z_1}{d\tau^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial\mathrm{Q}_1}{\partial z_1}, \qquad \left(\frac{d\mathrm{R}_1}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{d\tau}\right)^2 = \mathrm{Q}_1 + h.$$

Ici les lettres α, β, h, D et U ont la même signification que dans la Note citée, mais dans la fonction Q_1 manque le terme $R_1^2 r_1^{-6}$.

Dans l'interprétation mécanique correspondante des équations en R_1 et z_1 on aura aussi des positions d'équilibre sur l'axe des R_1 et en dehors de cet axe. Pour les premières, dans les formules donnant D, M, A', B' et C', il manque partout le dernier terme contenant ξ^{-1} à la puissance la plus élevée. Les secondes positions d'équilibre n'existent que pour C et D négatifs et D plus grand que $6+\frac{4}{3}\sqrt{21}$ en valeur absolue.

Cela posé, l'intégration donne pour le cas $C>0$:

$$R_1=\frac{6\sqrt{1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\sin^2(\sigma-\sigma_1)\sqrt{\gamma}}}{\gamma+6p\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\sqrt{2}}\right)},\qquad z_1=\frac{6\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\sin(\sigma-\sigma_1)\sqrt{\gamma}}{\gamma+6p\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\sqrt{2}}\right)},$$

$$\varphi=\varphi_0-\frac{\gamma}{6}\sigma+\operatorname{arc\,tang}\left[\frac{\operatorname{tang}(\sigma-\sigma_1)\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}\right]-\sqrt{2}\,\zeta\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\sqrt{2}}\right).$$

Ici γ, σ_0, σ_1 et φ_0 sont des constantes d'intégration, $\zeta(u)$ et $p(u)$ sont les fonctions de Weierstrass aux invariants

$$g_2=2D+\frac{\gamma^2}{3},\qquad g_3=-2h+\frac{D\gamma}{3}+\frac{\gamma^3}{27}.$$

La variable σ est liée à τ par la relation

$$d\tau=(R_1^2+z_1^2)\,d\sigma.$$

On obtient les formules correspondant au cas $C<0$ en changeant le signe de D dans les formules pour g_2 et g_3, et les signes de l'expression donnant r_1 et de l'arc tangente dans la formule pour φ.

Ce qui donne un intérêt particulier à ces formules, c'est qu'elles permettent de contrôler les résultats auxquels conduit l'interprétation mécanique des équations différentielles en R_1 et z_1 et d'en prévoir d'autres; comme les champs de force $Q_1=$ const. sont assez pareils dans le cas simplifié et dans le cas général, cela conduira par analogie à des résultats intéressants.

Deuxième cas. — *Les trajectoires dans le plan équatorial de l'aimant élémentaire sont identiques à celles trouvées dans le cas général et l'approximation est d'autant plus grande que la distance à ce plan est plus petite.*

Avec les notations de ma Note du 10 février 1913, le terme $R_1^2 r_1^{-6}$ dans la fonction Q_1 est remplacé par r_1^{-4}. Quant aux positions d'équilibre se rapportant à l'interprétation mécanique des expressions de R_1 et de τ_1, il n'y en aura pas en dehors de l'axe des R_1. Sur cet axe, elles sont les mêmes que dans le cas général; aussi les formules donnant D, M, A' et B' sont-elles

les mêmes, mais dans la formule pour C′ le terme ξ^{-6} manque et C′ est nul dans le cas $C = 0$. Cette intégration approchée sera surtout importante si l'on veut étudier les trajectoires dans le voisinage du plan équatorial de l'aimant élémentaire, ce qui aura lieu dans les applications aux problèmes de la physique cosmique.

Pour les applications physiques il est nécessaire de connaître les valeurs des produits constants aM et bm. En adoptant le système d'unités (centimètre, gramme, seconde) et le système électrostatique pour les charges, on trouve

$$aM = \frac{|\varepsilon| M}{3.10^{10}\mu}, \quad bm = -\frac{(1-\lambda)S}{1,15.10^{7}} + \frac{\varepsilon E}{\mu}.$$

Ici M est le moment de l'aimant élémentaire dont le pôle sud ou le pôle nord pointe vers les z positifs selon que la charge des corpuscules est positive ou négative; ε est la charge, $|\varepsilon|$ sa valeur absolue, et μ la masse du corpuscule. La force centrale est supposée être la résultante de la *gravitation* due à une masse S, de *la force répulsive de la lumière*, supposée être en rapport constant λ avec la gravitation, et de l'*action électrostatique* due à une charge E. Ce sont les mêmes actions que j'ai supposé émaner du Soleil, dans mon premier Mémoire, en 1906 [1].

PHYSIQUE. — *Constatation d'un troisième* effet Volta *et confirmation expérimentale de l'explication donnée*. Note de MM. **Ed. Sarasin** et **Th. Tommasina.**

Des faits énoncés dans notre dernière Note [2] il résultait nettement que deux des trois parois de notre chambre à ionisation ABCDEFGH (*fig.* 1) pouvaient jouer le rôle des électrodes d'une pile, dont l'électrolyte est l'air ionisé par la radioactivité induite. Pour obtenir notre premier *effet Volta*, le plateau de laiton noirci p de l'électroscope servait de support à la cloche radioactive ABCD et à la cloche-écran trouée EFGH. Mais, bien que constituant ainsi le fond de la cuve électrolytique radioactive, il n'intervenait dans la production du phénomène que comme un conducteur quelconque fermant le circuit entre l'écran et la cloche. Dans notre deuxième

---

[1] Voir *Sur un problème relatif au mouvement des corpuscules électriques dans l'espace cosmique* (*Videnskabsselskabets Skrifter*, 1907, Christiania).

[2] *Comptes rendus*, t. **162**, 1916, p. 291.

effet Volta c'est au contraire le plateau, support direct de l'écran et de la cloche, qui avec cette dernière forme le couple voltaïque; mais en ce cas c'est l'écran qui cesse de fonctionner comme électrode; c'est pourquoi nous avons pu utiliser un écran troué en carton. Il nous restait à vérifier si, comme il était probable, un troisième effet Volta se produirait lorsque, la cloche radioactivée n'étant pas métallique, l'écran et le plateau deviendraient les électrodes de la nouvelle pile à air ionisé. C'est ce que nous avons obtenu à l'aide d'une cloche en verre soit radioactivée, soit contenant de l'émanation radioactive qu'on y a versée, soit recouvrant simplement un godet *r*, avec une trace de sel de radium, placé entre l'écran et la cloche (*fig.* 1). Ce dernier dispositif a l'avantage de permettre d'utiliser immédiatement, sans radioactivation préalable, toutes sortes de cloches et de faire durer l'expérience aussi longtemps qu'on le désire : les courbes des décharges étant horizontales au lieu de s'abaisser de plus en plus après quelques heures par suite de l'affaiblissement rapide de la radioactivité induite.

Nous obtenons le troisième effet Volta en plaçant sur le plateau *p* de l'électroscope, comme dans le dispositif pour le deuxième effet Volta, un disque isolant *i* et sur celui-ci un disque *d* du métal qu'on veut étudier par rapport au métal de l'écran (*fig.* 1).

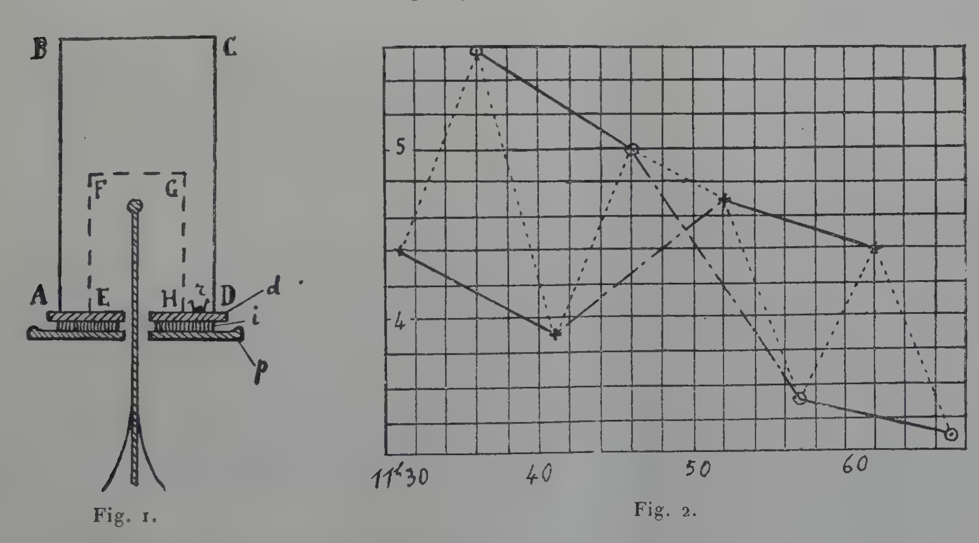


Fig. 1. Fig. 2.

Notre *effet pile* décrit dans la Note du 21 février nous a également fourni l'explication du troisième effet Volta, celui-ci se rattachant aux autres, surtout au deuxième, mais en outre il nous a permis d'entreprendre des expériences nouvelles, dont les résultats, que nous avons l'honneur de

présenter à l'Académie, confirment en tous points les explications théoriques que nous avons données.

Pour ces expériences au lieu de nous servir, comme pour l'étude de l'effet pile, d'une cloche et d'un écran du même métal, nous avons utilisé soit une cloche en cuivre avec l'écran en zinc donnant l'effet Volta *a*, soit une cloche en zinc avec l'écran en cuivre donnant l'effet Volta *b*. Or, si notre explication théorique était exacte, ayant dans ce dispositif les deux effets réunis, on devait, en changeant le sens du courant, obtenir l'addition ou la soustraction de l'effet pile et de l'effet Volta.

Le résultat a été celui que nous avions prévu. Les graphiques qui illustrent cette Note, obtenus d'après les chiffres indiquant les chutes du potentiel des charges de l'électroscope alternativement de signe opposé, constituent la confirmation expérimentale de nos vues théoriques.

La distance séparant les deux courbes de désactivation a diminué lorsque l'effet pile agissait en sens opposé de l'effet Volta ; elle a augmenté lorsque les deux effets agissaient dans le même sens.

Le dispositif qui a donné le diagramme de la figure 2 produit l'effet Volta *a*, car il est constitué par une cloche Cu radioactivée et un écran Zn, les deux placés sur un disque en celluloïde et reliés par un fil conducteur aux électrodes de la pile. Le graphique des quatre premières lectures montre

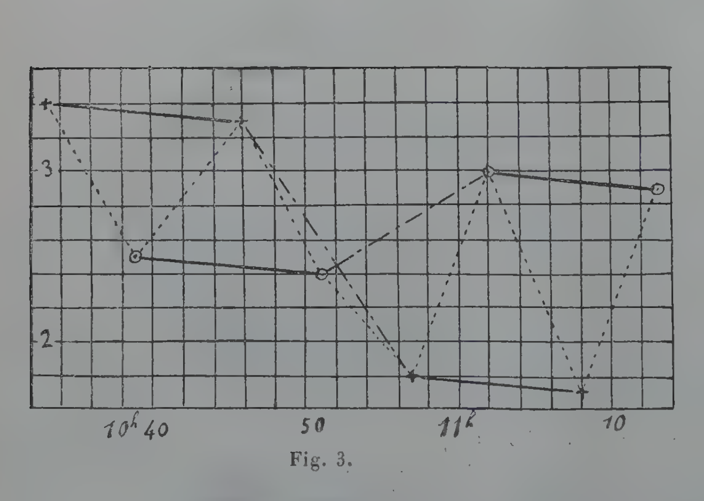


Fig. 3.

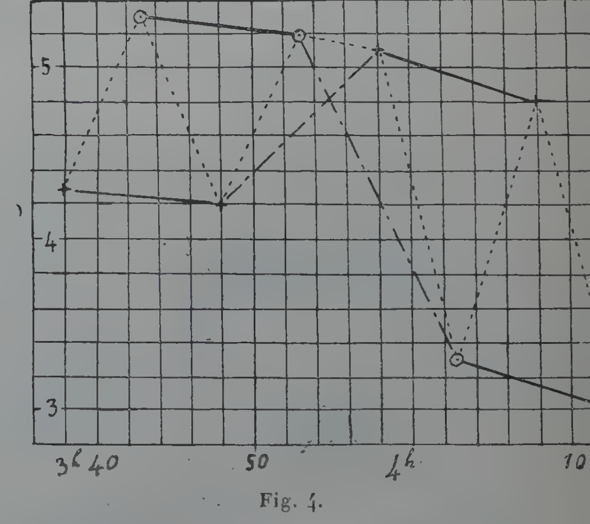


Fig. 4.

l'effet *b* pile au lieu de l'effet *a* Volta, la cloche étant reliée au pôle + et l'écran au pôle — ; la distance entre les courbes représente la soustraction et indique que l'effet pile est plus fort que l'effet Volta. Les quatre lectures suivantes, faites après le renversement du courant, montrent le renverse-

ment des courbes et en outre que leur distance a augmenté : elle représente l'addition des deux effets, la pile donnant l'effet *a*, elle aussi.

Dans le dispositif qui a fourni le diagramme de la figure 3, on avait une cloche Zn et un écran Cu, produisant l'effet Volta *b*. Les quatre premières lectures donnent ici deux courbes dont celle des décharges positives est la plus élevée. C'est donc l'effet *a* pile, la cloche étant reliée au pôle — et l'écran au pôle +. La distance des courbes représente la soustraction des deux effets. Les quatre lectures faites après le renversement du courant montrent encore le renversement des courbes et leur distance plus grande indique l'addition des deux effets *b*.

La figure 4 sert de comparaison, indiquant comment varie la distance des courbes avant et après le renversement lorsque, cloche et écran étant du même métal (Zn), on a l'effet pile et point d'effet Volta. Le rapprochement des courbes est régulier comme si aucun renversement n'avait lieu ; il montre la marche de la désactivation de la cloche radioactivée.

Ces nouveaux résultats expérimentaux démontrent que l'effet Volta et l'effet pile, qui modifient tous les deux la conductibilité du milieu ionisé, sont non seulement de même nature, mais encore de même ordre de grandeur au point de vue de leur potentiel.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les relations qui existent entre les angles des cristaux mixtes et ceux de leurs composants.* Note de M. **Ferruccio Zambonini**.

Il y a bien des années, Beudant [1] tira de ses recherches la conclusion que les angles des cristaux mixtes formés par deux composants représentent, en général, « la moyenne des angles propres à chaque substance, proportionnellement à la quantité de l'une et de l'autre ». Plus récemment, M. Dufet, en étudiant les cristaux mixtes de $ZnSO^4.7H^2O$ et $MgSO^4.7H^2O$ a montré qu'il y a une proportionnalité directe entre la composition et les valeurs des angles homologues. Cette proportionnalité ne se vérifie pourtant pas toujours : on pense, toutefois, que, en général, les angles des cristaux mixtes sont compris entre les valeurs présentées par les composés purs et varient régulièrement avec la composition. On connaît aussi des exceptions, comme celle présentée par les cristaux mixtes de $KClO^4$ et $KMnO^4$, étudiés par M. Groth. On peut expliquer les observations de ce savant, en admettant, comme l'ont

(1) *Traité élémentaire de Minéralogie*, 2e édition, t. 1, 1830, p. 16. C'est seulement 25 ans plus tard que M. Schröder a énoncé une loi approximativement analogue ne concernant que les substances rhomboédriques.

pensé M. Groth lui-même et M. Barker, que dans ces cristaux il y avaient des faces vicinales et non des faces typiques : en effet, ni M. Barker, ni M. Muthmann n'ont pu retrouver les anomalies très considérables signalées par M. Groth. Toutefois, les mesures très exactes de M. Barker ont montré que les constantes cristallographiques des cristaux mixtes de $KClO^4$ et de $KMnO^4$ ne varient pas régulièrement avec la composition et les recherches de M. Stibing sur les cristaux mixtes de K^2SO^4 et de K^2CrO^4 permettent de voir que, pour plusieurs concentrations, les rapports paramétriques des cristaux mixtes ne sont pas compris entre ceux des sels purs. On peut aussi mentionner que M. Barker a trouvé, pour le dithionate dihydraté de sodium, $mm = 89°33'$ et pour le sel correspondant d'argent 89°20', tandis que les cristaux mixtes avec 32 pour 100 d'argent lui ont donné 89°1'. Tous ces faits, auxquels on pourrait en ajouter d'autres, n'ont pas attiré beaucoup l'attention des cristallographes.

Au cours de mes recherches sur les cristaux mixtes que les composés des terres rares forment avec les composés du calcium, du strontium, du baryum et du plomb, j'ai eu l'occasion de mesurer nombre de cristaux mixtes très régulièrement formés, qui se prêtent bien à l'étude des relations existant entre les angles des cristaux mixtes et ceux de leurs constituants. Dans les lignes qui suivent je résume les résultats obtenus, en me bornant aux mesures les plus exactes, prises sur des cristaux mixtes très beaux, sans anomalies géométriques.

$PbMoO^4 — Ce^2(MoO^4)^3$.

$Ce^2(MoO^4)^3$ $b^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = (111):(1\bar{1}1)$	80°.13' calc. (80°8' mes.)
77-78 p. 100	80. 8 mes.
60 »	80.19,5
40 »	80.17
20 »	80.23
$PbMoO^4$	80.22 Dauber (crist. nat.)

$CaMoO^4 — Ce^2(MoO^4)^3$.

$Ce^2(MoO^4)^3$ $= (111):(11\bar{1})$	48°.42'
59,1 p. 100	49. 1
6,5 »	49. 4
$CaMoO^4$	49. 0,5

$SrMoO^4 — Ce^2(MoO^4)^3$.

$Ce^2(MoO^4)^3$ $= (111):(11\bar{1})$	48°,42'
39,7 p. 100	48,50
2,4 »	48,30
$SrMoO^4$	48,23 Hiortdahl.

$PbMoO^4 - Di^2(MoO^4)^3$.

$Di^2(MoO^4)^3 = (111):(1\bar{1}1)$	80° 4′
90 p. 100	80. 0
80 »	80.10
60 »	80.11,5
20 »	80.18
$PbMoO^4$	80.22

$CaMoO^4 - Di^2(MoO^4)^3$.

$Di^2(MoO^4)^3 = (111):(11\bar{1})$	49° 4′,5
38,8 p. 100	49.17
$CaMoO^4$	49. 0,5

$CaMoO^4 - Y^2(MoO^4)^3 - Ce^2(MoO^4)^3$.

$CaMoO^4 = (111):(11\bar{1})$	49° 0′,5
21 p. 100 $Ce^2(MoO^4)^3$ — 24,7 $Y^2(MoO^4)^3$	49.13,5
$Y^2(MoO^4)^3$	49.16
$Ce^2(MoO^4)^3$	48.42

$CaWO^4 - Ce^2(WO^4)^3$.

$CaWO^4 = (111):(1\bar{1}1)$	79° 51′ ¾
10,3 p. 100 $Ce^2(WO^4)^3$	79.55
2,5 » »	79.55
$Ce^2(WO^4)^3$	79.49 env.

On voit de suite que dans presque tous les cristaux mixtes étudiés il n'y a aucune relation précise entre la valeur des angles et la composition : il y a même souvent des cristaux mixtes dont les angles ne sont pas compris entre les valeurs trouvées pour les sels purs. Il est digne de remarque que dans les cristaux mixtes des molybdates de calcium, yttrium, cérium l'angle $b^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$ est très voisin de la valeur trouvée pour le composé d'yttrium pur, bien que celui-ci n'entre que pour 25 pour 100 environ dans la composition des cristaux mixtes.

Comme conclusion, je pense qu'il existe sans doute des cas, comme celui étudié par M. Dufet, dans lesquels il y a dans les cristaux mixtes proportionalité entre la composition et les valeurs des angles, mais que bien plus souvent, quelle qu'en soit la raison, les angles des cristaux mixtes ne sont pas nécessairement une fonction de leur composition et ils peuvent même n'être pas compris entre les valeurs trouvées pour les composants purs, sans qu'on puisse invoquer l'influence d'anomalies de structure ou de formation.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de l'Aptien dans la Sierra de Majorque (Baléares).* Note (¹) de M. **Paul Fallot.**

Après avoir étudié en 1910 (²) les fossiles albiens recueillis par Nolan à Lloseta et San Muntauer (Majorque), j'avais signalé, d'après cet auteur, un « hiatus stratigraphique » entre le Barrémien et le Gault moyen. Depuis lors j'ai découvert, au cours de mes *recherches personnelles*, dans l'extrémité nord-ouest de la Sierra de Majorque, des marnes, à faune pyriteuse, dont l'attribution à l'Aptien semble nettement indiquée.

Les gisements sont groupés autour d'Andraitx : à Sa Racó et à Cala Blanca de Camp del Ma. Ils font partie de l'ensemble sédimentaire dont j'ai signalé en 1914 (³) la nature charriée, et appartiennent sauf erreur à la série inférieure qui, s'abaissant vers l'Ouest depuis le massif du Ram, vient constituer la majeure partie de la côte de l'île, entre la Sierra Burgesa et Dragonera. L'Albien de San Muntauer (et, plus à l'Est, de Lloseta) fait partie d'un élément tectonique supérieur, séparé du précédent, comme je l'ai dit, par la ligne de contact anormal de Valldurgent, et qui n'a laissé dans la région qui nous occupe que des témoins tels que la Sierra de Garrafa et le Peñon de Son Orlandis (entre Audraitx et son port).

Sous les marnes de Cala Blanca et de Sa Raco on observe la série stratigraphique continue du Tithonique au Barrémien inférieur. Les marnes elles-mêmes contiennent une faune très riche dans laquelle un premier examen permet de distinguer les espèces suivantes :

Bel. (*Hibolites*) *Minaret* Raspail, *Aptychus angulicostatus* Pict. et de Lor., *Silesites Seranonis* d'Orb. sp., *Phylloceras semisulcatum* d'Orb. sp., *Phyll. Tethys* d'Orb. sp., *Phyll. Calypso* d'Orb. sp., *Uhligella Seguenzæ* Sayn. sp., qui sont des formes soit néocomiennes, soit plus spécialement barrémiennes (*Sil. Seranonis* d'Orb. sp.).

Bel. (*Neohibolites*) *semicanaliculatus* Blainv., *Bel.* (*Neohibolites*) *aptiensis* (Stoll) Kilian, var. *Strombeckiformis* Stoll., *Gaudryceras strangulatum* d'Orb. sp., *Gaudryceras numidum* Coq. sp., *Tetragonites Duvalianum* d'Orb. sp., *Tetr. Timotheanum* Pict. sp., *Jaubertella Jauberti* d'Orb. sp., *Ptychoceras Laere* d'Orb., *Phylloceras Rouyanum* d'Orb. sp., *Ph. Rouyanum* d'Orb. sp. var. *Baborense* Coq., *Ph. Guettardi* Rasp. sp. em. d'Orb., *Ph.* aff. *Micipsa* Coq., *Phyll.* aff. *Goreti* Kil., *Ph. Morelianum* d'Orb. sp., *Uhligella Monicæ* Coq. sp., *Uhligella impressa* d'Orb. sp., *Latidorsella*

(¹) Séance du 22 mai 1916.

(²) Paul Fallot, *Sur quelques fossiles pyriteux du Gault des Baléares* (*Travaux du Laboratoire de Géologie de l'Université de Grenoble*, 1910).

(³) Paul Fallot, *Sur la stratigraphie de la Sierra de Majorque* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 817).

cf. *Melchioris* Tietze sp., *Latidorsella Emerici* Rasp. sp., *Puzosia Angladei* Sayn., *P. Angladei* Sayn. var. *Ibrahim* Coq., *P. Getulina* Coq. sp., *Silesites seranonis* d'Orb. var. *interpositus* Coq., *Paraoplites* du groupe *Weissi-Consobrinus*, *Acanthoplites* sp., espèces plus spécialement aptiennes, encore que quelques-unes d'entre elles remontent dans le Barrémien, alors que d'autres atteignent le Gault.

Kossmatella Agassiziana d'Orb. sp., *Tetragonites Kiliani* Jacob, *Desmoceras Revoili* Perd., *Uhligella Zurcheri* Jacob, *Latidorsella latidorsata* Mich. sp. s. tr. et var. *complanata* Jacob, *Puzosia Mayoriana* Bayle em. Jacob s. str. et var. *africana* Kilian, formes caractéristiques du Gault.

Au-dessus de ces marnes, des marno-calcaires du Gault supérieur contiennent : *Puzosia Mayoriana* Bayle em. Jacob, *Mortoniceras inflatum* Sow. sp., *Mort. Candollianum* Pict. sp., *Hamulina* aff. *Royeriana* d'Orb.

Outre ces espèces qui précisent le niveau étudié, il convient de citer plusieurs formes nouvelles de *Phylloceras, Uhligella, Puzosia*, et une grande abondance de Gastropodes et de Pélécypodes, ainsi que quelques Polypiers, indéterminables, mais qu'il est intéressant de retrouver à Majorque dans les dépôts bathyaux de l'Aptien, comme dans les formations du même âge du sud-est de la France et de l'Algérie.

L'épaisseur totale des marnes n'excède pas 20^m. Le Gault qui n'en forme qu'une partie est donc moins puissant qu'à San Muntauer. La faune, tout en présentant les mêmes caractères, est moins riche dans la région d'Audraitx. Je n'y ai point trouvé les formes indoues (*Gaudr. politissimum*, etc.) ni les *Puzosia* gr. *Kiliani-Nolani* P. Fall., si abondantes et si caractéristiques de l'Albien de l'élément tectonique de la Sierra Burgesa. Toutefois les analogies de ces formations ainsi qu'un gisement intermédiaire à Santa Ponza permettent jusqu'ici de considérer que ces couches se sont déposées dans un même géosynclinal.

Des faits qui précèdent on peut conclure à un approfondissement graduel de la mer depuis le Tithonique jusqu'à l'Aptien et au Gault inférieur. Au Gault moyen et supérieur nous voyons réapparaître des formes ornées, déjà annoncées par les très rares *Parahoplites* et *Acanthoplites* de l'Aptien supérieur, témoignant de la tendance à l'unification des faciès qui trouvera au Cénomanien sa pleine réalisation.

La faune de l'Aptien de Majorque montre plus d'analogies avec celle d'Algérie et de Tunisie qu'avec celle du continent.

Peut-être l'évaluation plus exacte de l'amplitude des charriages baléares montrerat-elle une relation entre ce fait et l'origine méridionale des nappes étudiées. Comme en Tunisie, les *Pulchellia* et les *Holcodiscus* sont rares (Hermite en signale toutefois dans le Barrémien marno-calcaire de Beudinet), alors qu'apparaissent les Paranoplètes du groupe *Weissi* N. et U. sp. — *Consobrinus* d'Orb. sp. Par contre, même dans les dépôts les plus bathyaux des régions d'Alicante et de Malaga, des groupes entiers

sont restés introuvables jusqu'à présent, tel celui des *silésites* si richement représenté à Majorque et à Ibiza [1]

Il convient d'attendre, pour préciser les rapports de ces régions entre elles, l'examen détaillé des faunes recueillies par le capitaine Nolan et par moi-même à Ibiza, ainsi que la mise au point des coupes de cette île, précisant les rapports, entre elles et avec les charriages de Majorque, des deux ou trois écailles superposées qui, poussées du Sud-Est, semblent en constituer l'ossature.

CRYPTOGAMIE. — *Sur la sexualité hétérogamique d'une Laminaire* (Alaria esculenta). Note de M. C. **Sauvageau**, présentée par M. Guignard.

Le genre *Alaria*, qui appartient à une autre tribu que les trois Laminaires précédemment étudiées, renferme une vingtaine d'espèces, toutes septentrionales, dont une seule, *Alaria esculenta*, descend jusque sur les côtes françaises de la Manche où elle est d'ailleurs rare; elle croît à Roscoff (Finistère) sur des îlots rocheux exposés, abordables seulement par une mer calme. Des exemplaires, que M. Delage, directeur du Laboratoire de Roscoff, a bien voulu me faire parvenir, m'ont permis d'en réaliser des cultures.

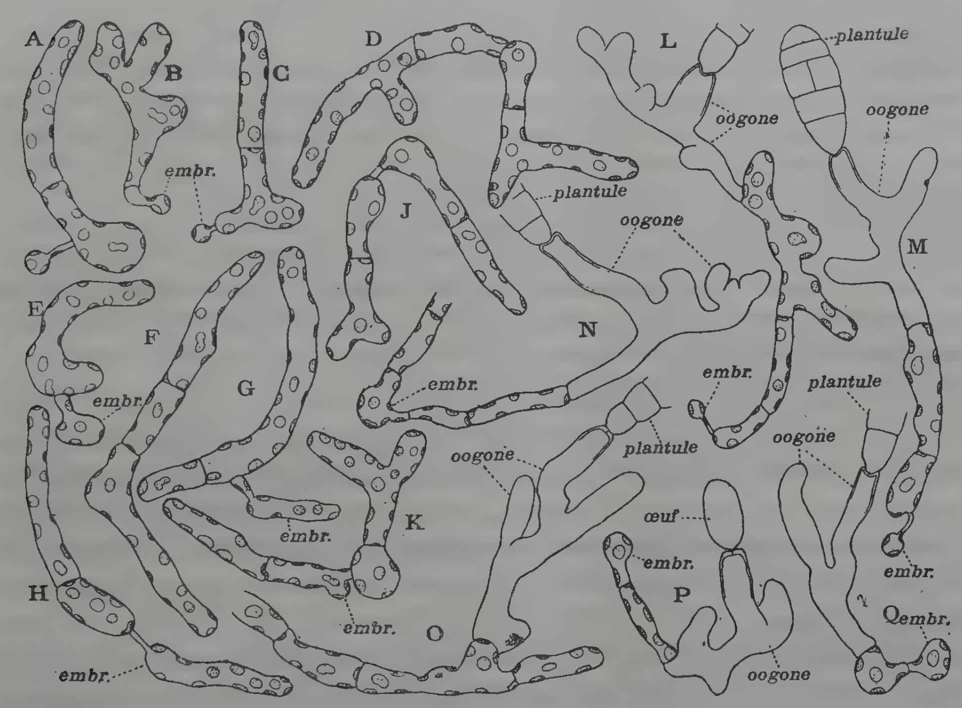
Comme les *Saccorhiza* et *Laminaria*, l'*Alaria* fournit des prothalles mâles ou femelles, en nombre égal, que leur largeur différente distingue les uns des autres d'assez bonne heure. L'embryospore, d'environ 5µ de diamètre, germe en tube étroit, dont l'extrémité renflée s'isole par une cloison, comme chez les *L. saccharina* et *flexicaulis*. Toutefois, au lieu de dégénérer et de disparaître, le noyau resté en arrière continue à vivre entouré d'un peu de protoplasme avec un chromatophore ou un fragment de chromatophore. L'embryospore, avec la partie proximale du tube de germination, ne se détache donc pas de la cellule distale qui, chez les *L. saccharina* et *flexicaulis*, devient le prothalle. Néanmoins, le sort ultérieur de ces deux cellules sœurs issues de la zoospore est généralement inégal, et les variations qu'on observe sous ce rapport ne dépendent point des conditions extérieures, car les figures A à K, qui les représentent sur de jeunes prothalles femelles, ont été prises sur une même lamelle, en culture du 8 au 25 février, où elles se trouvaient par centaines et provenaient de déhiscences simultanées.

Souvent l'embryospore conserve son diamètre ou l'augmente à peine (*fig.* A, C), divisant seulement son chromatophore une ou deux fois; elle se distingue alors facile-

---

[1] Où j'ai trouvé *Silesites seranonis* var. *interpositus*.

ment du prothalle proprement dit, large de 8^{μ} à 10^{μ} et se maintiendra ainsi sans se cloisonner ni s'allonger (*fig.* L, M); ou bien elle grandit sans atteindre le même développement que le prothalle et, bien que son tube s'élargisse (*fig.* E, G), elle reste facilement reconnaissable (*fig.* P, Q); ou bien elle se développe de suite autant ou presque autant que lui, les deux parties constituantes se différenciant par un léger rétrécissement correspondant au tube insuffisamment élargi et par la place de la cloison de séparation (*fig.* D, K, N); cette minime différence peut même manquer (*fig.* F), et les deux cellules sœurs concourent également à former le gamétophyte. D'autres fois, enfin, tandis que l'embryospore s'allonge en filament, le tube conserve ses dimensions primitives et s'isole tôt ou tard par une cloison (*fig.* H, J); étant privé de



Prothalles femelles d'*Alaria esculenta*. Gr. 400.

noyau, le tube meurt; la germination de la zoospore produit alors deux prothalles indépendants et d'égale valeur.

Ces mêmes variations se suivent moins facilement sur les embryospores qui évoluent en prothalles mâles, car le filament rampant, dont le diamètre ne dépasse guère 4^{μ}, émet de bonne heure des branches dressées qui gênent l'observation. La protandrie est aussi marquée que chez les espèces précédemment étudiées; j'ai même vu d'anciennes embryospores, n'ayant point augmenté de volume, se garnir d'anthéridies sessiles, alors que le prothalle proprement dit était encore stérile. A part cela, l'appareil mâle s'établit comme il a été dit à propos des *L. saccharina* et *L. flexicaulis*.

Par contre, le prothalle femelle diffère quelque peu de celui de ces espèces; ses

cellules sont plus longues et leur contenu est moins dense; en outre, toutes n'ont pas la même valeur, car certaines conservent l'état végétatif. Les cellules qui deviendront des oogones émettent des prolongements en cul-de-sac inégaux, dressés dans des directions variées (*fig.* B), et la déhiscence s'effectue par le sommet de l'un d'eux dont les bords refermés et ressoudés supportent l'oosphère dense, ovoïde, uninucléée et relativement peu volumineuse (*fig.* P), puis la plantule (*fig.* L, M, N, O, Q); une forte contraction du contenu de l'oogone précède donc nécessairement la déhiscence; d'ailleurs, la cavité de l'oogone renferme souvent quelques gouttelettes résiduelles éparses de protoplasme qui se détruisent ultérieurement, tandis que la plantule se développe.

Le prothalle femelle réduit à une seule cellule (outre l'embryospore) se transforme directement en oogone (*fig.* B); il en comprend plus souvent deux à quatre et transforme alors sa cellule terminale (*fig.* L, M, P, Q) et parfois, mais assez rarement, la cellule contiguë devient un second oogone (*fig.* L). Dans les prothalles plus longs, le rôle sexué échoit à la cellule terminale ou à toute autre. Les cellules non transformées en oogone peuvent ensuite émettre des branches rampantes se comportant de même. D'une manière générale, les germinations éloignées de leurs congénères produisent des prothalles courts et promptement sexués, tandis que les germinations rapprochées ou accumulées produisent des prothalles longs; parfois même le gamétophyte, gêné dans son développement ou soumis à d'autres conditions défavorables, après avoir commencé à évoluer vers l'état sexué, repasse tout entier à l'état végétatif, chaque protubérance d'un jeune oogone se séparant par une cloison et s'allongeant en filament rampant; certains dépassent ainsi 1^{mm}.

Les prothalles mâles et femelles de l'*Alaria esculenta* diffèrent donc des prothalles des *L. flexicaulis* et *L. saccharina* par la persistance et le rôle éventuel de l'embryospore; en outre, les prothalles femelles diffèrent par la forme de l'oogone et par la non-transformation de toutes les cellules en oogones; par suite, le nombre des plantules fournies est moindre que chez ces deux espèces.

La démonstration d'une alternance des générations sexuée et asexuée chez l'*Alaria esculenta* est particulièrement intéressante parce que cette espèce est l'unique représentant, sur nos côtes, de la tribu des *Costatæ* répandue surtout (d'après Setchell) dans les mers arctiques et le nord du Pacifique. Yendo et Okamura regrettaient que l'absence de sexualité des Laminaires ne permît pas d'expliquer, par une hybridation, les caractères intermédiaires de l'espèce japonaise *Undaria* (*Hirome*) *undarioides* de la même tribu des *Costatæ*. Cette explication, désormais possible, sera sans doute valable pour d'autres cas et permettra de dissiper certaines obscurités dans la distinction spécifique des Laminaires.

ÉNERGÉTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Valeur fonctionnelle des moignons.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

Généralement, on se borne à *apprécier* la perte de *force* résultant de l'amputation; on ne pousse pas plus loin l'analyse des conséquences que celle-ci entraîne, et des moyens qui pourraient permettre de les enrayer. Il faut se dire, en effet, que l'amputation ne fait pas que réduire l'*action musculaire*, considérée dans ses facteurs mécaniques : la force des muscles et le bras de levier squelettique. Elle a une répercussion profonde sur l'*évolution histo-physiologique* de tout le membre, cela dans les circonstances les plus normales, en dehors de toutes complications. Elle atteint, en particulier, le *domaine sensitif* dont on sait l'étroite solidarité avec le domaine moteur. Il s'ensuit une diminution de la capacité fonctionnelle, que personne encore n'a cherché à évaluer. Elle importe, cependant, pour guider la prothèse et la *réadaptation des mutilés au travail*, surtout, si l'on admet, comme nous le verrons ultérieurement, que la *sensibilité* des moignons est susceptible d'*éducation* à un degré absolument insoupçonné.

Puissance des moignons. — Tout d'abord, avons-nous dit, l'amputation diminue la puissance motrice. Le bras de levier, depuis le centre de l'articulation proximale, est raccourci; la force musculaire s'abaisse du fait de l'atrophie, et de l'immobilité à laquelle est condamné le patient, souvent plus qu'il ne faudrait.

Mais dans quelles proportions varie la puissance du moignon eu égard à sa longueur? Sans doute, plus il se rapprochera de la longueur normale du segment, plus il donnera de prise, d'adhérence à l'appareil prothétique; et, en même temps, il assurera une intervention supérieure de la synergie musculaire du membre. Il n'en est pas moins vrai que ces deux avantages ne progressent pas régulièrement avec les dimensions du moignon. Un exemple va le montrer.

Soit l'action des muscles fléchisseurs de l'avant-bras sur le bras; elle s'exerce à $0^{m},035$ de l'articulation du coude, à peu près, et surmonte la résistance totale de l'avant-bras et de la main, dont l'effet agit au centre de gravité, environ à $0^{m},16$ de la même articulation. Il est clair que si l'amputation respecte l'insertion des muscles qui réalisent les mouvements utiles; si, dans notre exemple, elle laisse un moignon de 4^{cm} au minimum, ce dernier aura une valeur physiologique totale, qu'il appartient à la prothèse scientifique d'utiliser habilement. Or, précisément, cette *mesure*

anatomique est insuffisante; car, d'une part, il n'existe pas de mouvement auquel ne collabore pas tout un *groupe musculaire*, avec ses éléments en apparence opposés; dans les courts moignons, cette synergie qui est physiologique et non pas anatomique, se trouve compromise ou restreinte. D'autre part, il faut compter avec *la solidité et la stabilité* de fixation de l'appareil de prothèse, qui dépendent de la longueur du moignon. Les deux facteurs sont également importants dans le cas des amputations de *membre inférieur*, vu le poids et la force vive du corps pendant la marche. Tandis que, pour le *membre supérieur*, la stabilité constitue le facteur principal; elle a pour but d'autoriser des mouvements sûrs et rapides.

Il semblerait, cependant, qu'avec des moignons juste assez longs pour réaliser leur fonction, la prothèse offrirait un avantage sur la Nature : elle remplace le segment amputé par un segment *plus robuste et plus léger*. Mais ce n'est point là un avantage, car une amputation trop haute fait disparaître des éléments musculaires dont la force eût compensé l'inertie de l'organe; elle affaiblit les phénomènes de nutrition et la vitalité cellulaires; et, par contre, favorise l'atrophie et la dégénération. Nous reviendrons sur ce point.

Le chirurgien pourrait, toutefois, se rallier à un mode opératoire qui sacrifie la longueur du moignon pour mieux étoffer celui-ci à la base, et lui épargner toutes causes d'ulcérations et de douleur.

De ces brèves considérations, il résulte, en toute évidence, que la chirurgie, la prothèse et la rééducation professionnelle doivent se guider sur la *mesure exacte de la puissance des moignons*. Bornons, ici, notre exposé au dispositif expérimental propre à ces mesures.

Technique pour mesurer la puissance des moignons. — La technique est très simple. On évalue en degrés l'amplitude des mouvements angulaires du moignon sur son articulation, et aussi la force absolue des muscles qui en déterminent la flexion. En les comparant à la force et à l'amplitude du membre sain, on calcule le taux de la perte résultant de l'amputation.

Pour de telles mesures, on peut employer l'*arthrodynamomètre*, instrument déjà décrit [1]. Mais pour nous rapprocher des conditions mêmes où s'exerce l'activité d'un moignon, nous avons adopté l'instrument appelé *cycle ergométrique*, dont la *gouttière* nous sert, depuis 18 mois, à rééduquer les membres amputés [2].

---

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 730.
(2) Voir *Journal de Physiologie*, 1915, p. 847.

La gouttière est en métal, avec partie en feutre munie de courroies; elle se monte sur un arbre relié à l'axe d'un volant au moyen de roues dentées et d'une chaîne de transmission. Le moignon s'engage dans la gouttière, l'articulation exactement au niveau de l'arbre; on lui imprime *sa plus grande oscillation*, de l'adduction à l'abduction extrêmes, et dans ce mouvement, l'arbre entraîne une aiguille qui passe devant un cadran gradué (*fig.* 1).



Fig. 1. — Gouttière jambière.

D'autre part, un ruban d'acier frotte sur le volant : on le tend avec des poids, ce qui permet de régler le frottement et de créer une résistance à vaincre, variable à volonté, et d'ailleurs marquée sur un dynamomètre. Le parcours du volant et le frottement donnent, par leur produit, le *travail effectué*. Connaissant la durée de cette oscillation, la plus rapide et la plus ample, on calcule *la puissance par minute* (1).

Cette puissance fonctionnelle des moignons change suivant les sujets. Aussi, doit-on comparer le membre sain et le membre amputé, effectuer les mêmes démonstrations sur plusieurs personnes, et en déduire des *valeurs moyennes*. C'est d'après l'observation de 200 amputés, de bras, avant-bras, cuisse ou jambe, que nous avons calculé la puissance fonction-

(1) Il est inutile de faire observer que le travail et la longueur du moignon permettent de calculer la *force* que celui-ci développe.

nelle d'un moignon de longueur donnée, celle du segment normal étant supposée égale à 100 (*fig.* 2).



Fig. 2. — Gouttière brachiale.

RÉSULTATS DES MESURES DE PUISSANCE DES MOIGNONS.

	Amplitude en degrés antérieure.	Amplitude en degrés postérieure.	Amplitude en degrés totale.	Puissance utile.
A. — Membre supérieur.				
a. Bras (1) :				
32 cm à 13 cm	140°	90°	230°	100
12 à 7	100	52	152	64
6 à 5	85	45	130	44
4	55	25	80	9
b. Avant-bras (2) :				
24 cm à 12 cm		flexion de 140°		100
11 à 7		» 125		68
6 à 4		» 95		40
4 et au-dessous		» 90		négligeable
B. — Membre inférieur.				
a. Cuisse (3) :				
40 cm à 18 cm	110°	40°	150°	100
17 à 10	70	32	102	62
9 à 6	55	30	85	38
5	40	28	68	24
4 et au-dessous		inutilisable.		

(1) Longueur à partir du niveau de l'aisselle.
(2) Longueur à partir du pli de flexion du coude.
(3) Longueur à partir du pli inguinal.

MEMBRE INFÉRIEUR (*suite*).

b. Jambe ([1]) :	Amplitude.	Puissance utile.
cm cm 38 à 17	flexion de 125°	100
16 à 7	» 110	73
6	» 90	négligeable

Les valeurs indiquées dans ce Tableau présentent une certaine analogie, et comportent divers enseignements.

ZOOLOGIE. — *Sur la faune actinienne de l'île San Thomé (golfe de Guinée).* Note de M. **Ch.-J. Gravier**, présentée par M. Edmond Perrier.

En poursuivant l'étude des Actinies draguées dans les grands fonds de l'Atlantique, au cours des nombreuses croisières du Prince de Monaco, je me suis occupé de celles que j'ai recueillies moi-même, en 1906, à l'île portugaise de San Thomé, située au fond du golfe de Guinée, à l'équateur, à 260^{km} du point le plus rapproché de la côte du Congo français. Cette île a été explorée depuis la seconde moitié du XIXe siècle par plusieurs naturalistes : Carl Weiss, F. Welwitsch, G. Mann, R. Greeff, A. Chevalier et par les deux voyageurs portugais Frederico Moller et Francisco Newton. Richard Greeff, qui fut professeur à l'Université de Marburg, séjourna en 1880 à San Thomé et au petit îlot tout voisin des Pigeons (Ilheu das Rolas) située au sud de l'équateur. Il fit un riche butin d'organismes pélagiques dans le canal étroit qui sépare ces deux terres et qui est parfaitement protégé contre les vents soufflant presque continuellement dans ces parages, suivant une direction sensiblement constante, sud ou sud-ouest. Parmi les autres animaux qu'il rapporta, les Hexactiniaires furent étudiés quelques années plus tard par W. Koch (1886); il n'y avait, parmi eux, aucune Actinie proprement dite, mais seulement des Zoanthidæ des genres *Zoanthus* et *Palythoa*.

A la suite de son étude des « Anthozoa » de l'expédition de L. Schultze dans le sud-ouest africain allemand, F. Pax a dressé la liste des Actiniaires connus sur toutes les côtes de l'Afrique occidentale et des îles voisines. Il a été frappé par le caractère spécial que paraissait offrir la faune actinienne des îles du golfe de Guinée. Ce n'est pas du tout par hasard, fait-il remarquer, que les Actinies recueillies par R. Greeff sur les rives des îles de San

([1]) Longueur à partir de l'articulation fémoro-tibiale.

Thomé et de Rolas appartiennent exclusivement à la famille des Zoanthidæ. De plus, les espèces d'Actinies coloniales vivant dans ces îles ne sont connues que là; cependant, ajoute-t-il, il est probable qu'on les retrouvera aux Antilles, quand la faune des Zoanthidæ de cette région sera mieux connue.

Or, en 1906, au cours de ma mission scientifique à San Thomé, j'ai pu faire quelques recherches à marée basse aux plages de Fernão Dias et Bella Vista, au nord de l'île, de São João dos Angolares, au sud-est et enfin à Porto Alegre, au sud, à moins de 4^{km} de l'îlot des Pigeons. J'ai trouvé en ces divers points, outre deux espèces de *Palythoa* (*P. canalifera* Koch et *P. guinensis* Koch), quatre espèces d'Actinies, dont trois étaient déjà connues : *Aiptasia Couchii* (Cocks), *Cribrina* (*Bunodes*) *Listeri* (Johnson) et *Actinia equina* L. L'*Aiptasia Couchii*, des côtes européennes de l'océan Atlantique, des mers tributaires de ce dernier et notamment de la Méditerranée, fut trouvé par Johnson à Madère et, longtemps après, par W. May à Gomera (Canaries) qui paraissait marquer la limite sud de son aire de répartition. Le *Cribrina Listeri* n'avait été, jusqu'ici, récolté qu'à Madère. L'*Actinia equina* vit sur les côtes d'Europe, depuis la Norvège, jusqu'à celles d'Afrique, à Madère, aux Canaries et aux îles du Cap Vert; il existe donc au moins jusqu'à l'équateur, puisque je l'ai recueilli à San Thomé.

Les spécimens de San Thomé appartenant à ces deux dernières espèces contenaient presque tous des embryons et de jeunes individus dans leur cavité gastrovasculaire. Bien que plusieurs espèces du genre *Cribrina* (*Bunodes*) soient incubatrices (*B. gemmacea*, *B. verrucosa*, etc.), il n'en est pas moins intéressant de retrouver la même particularité biologique chez une forme qui vit à l'équateur. J.-Y. Johnson ne paraît pas l'avoir observé chez les individus de Madère qu'il a étudiés; comme il ne décrit dans son Mémoire que les caractères externes, peut-être n'a-t-il pas examiné les caractères anatomiques de l'Actinie en question.

Avec ses aconties si développées, son sphincter inclus dans la mésoglée et ses six cloisons macrentériques, le nouveau genre *Telmatactis* [1] se range dans la famille des Sagartidæ. Par les sillons longitudinaux de ses tentacules et par la consistance de sa colonne, il rappelle les Boloceridæ. Le puissant développement des fanons cannelés des cloisons du premier

---

[1] Cf. *Bull. Mus. Hist. natur.*, t. 22, 1916, n° 5. Une étude approfondie de ces Actinies de San Thomé, avec planches et figures dans le texte, sera publiée prochainement.

cycle ne se retrouve à un pareil degré que chez les Actinies pivotantes, dont certaines formes du genre *Halianthella* Kwietniewski ont 12 paires de cloisons et un sphincter mésogléique. Par ce trait d'organisation, de même que par le faible développement des cloisons des second, troisième et quatrième cycles, il se sépare nettement de tous les genres décrits jusqu'ici, appartenant à la famille des Sagartidæ.

Je n'ai pu explorer que très sommairement les côtes de San Thomé, car la mission qu'on m'avait confiée là-bas avait un tout autre objet; il me paraît hors de doute que, malgré la pauvreté de la faune côtière de cette terre équatoriale presque constamment battue avec violence par les vagues, où la zone découverte à marée basse est étroite, de nouvelles recherches feraient connaître d'autres éléments de sa faune actinienne. Quoi qu'il en soit, ce qui précède montre combien la prudence est nécessaire dans les considérations d'ordre zoogéographique, surtout lorsqu'il s'agit d'une faune aussi incomplètement connue que celle de l'Afrique occidentale.

Dans la mer des Antilles, la tribu des Stichodactylines, caractéristique des mers tropicales, est largement représentée par des formes appartenant aux genres *Rhodactis*, *Discosoma*, *Phymanthus*, *Oulactis*, etc. Jusqu'ici on ne connaît aucune espèce de cette tribu dans la partie orientale de l'océan Atlantique. L'absence ou, en tout cas, la grande rareté des formes de cet important groupe d'Actinies dans les parages de l'Afrique est, me semble-t-il, à rapprocher du fait qu'il n'y existe pas de vrais récifs de Coraux, lieu de prédilection des Stichodactylines, bien que les Madréporaires n'y fassent pas défaut, ainsi que j'ai eu l'occasion de le faire remarquer ici même [1].

BACTÉRIOLOGIE. — *Étude de quelques facteurs exerçant une influence sur la rapidité de l'évolution du B. typhique dans le lait*. Note de MM. **A. Trillat** et **M. Fouassier**, présentée par M. Roux.

Nous avons montré dans une précédente Note (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1936) que le B. typhique dilué dans l'eau ou le bouillon à des doses extraordinairement faibles échappant à l'examen bactériologique, pouvait cependant, lorsqu'il était ensemencé dans le lait, y proliférer après un temps plus ou moins long. On a vu, par exemple, que pour un poids humide de 1^{cg}

---

(1) Cf. *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 929.

de bacilles typhiques dilués au $\frac{1}{5000000000}$, la multiplication se déclanchait subitement suivant une courbe atteignant rapidement l'infini après une période d'incubation d'environ 24 heures à la température de 30°.

La présente Note a pour but d'élargir nos connaissances au sujet de cette même question, en faisant intervenir dans l'étude du phénomène divers facteurs tels que l'importance de l'ensemencement, les influences de l'acidification, de la coagulation, de l'écrémage, etc., ainsi que l'influence des microbes étrangers.

I. L'ensemencement à partir d'une dose plus élevée supprime la période d'incubation que nous avions observée antérieurement et pendant laquelle le B. typhique n'était pas décelable dans les conditions ordinaires de l'analyse. Dans ce cas le développement de la multiplication commence immédiatement après l'ensemencement. Ainsi les résultats suivants ont été obtenus en ensemençant le lait stérilisé avec une goutte d'une émulsion faite au moment de l'expérience de 5^{mg} du raclage de la partie superficielle d'une culture sur gélose dans 10^{cm^3} d'eau stérile. Les prélèvements ont été faits après des temps variables, mais rapprochés :

Prélèvements.	Lait (col. par cm³).	Bouillon (col. par cm³).
1 (après 5 minutes)	> 4000	< 3000
2 (» 10 »)	7000	3000
3 (» 20 »)	8500	3000
4 (» 40 »)	9000	3000
5 (» 1 heure)	∞	3000

Pour mieux fixer les idées, nous avons comparé le développement du B. typhique dans le lait avec celui pratiqué dans le bouillon ordinaire. Pour un ensemencement suffisamment large, mais qui peut se produire encore accidentellement dans la pratique, la multiplication a pour ainsi dire été instantanée, sans période d'incubation ; elle atteignait l'infini après une heure, alors qu'après le même laps de temps on n'avait pu constater aucune prolifération dans le bouillon. Ce n'est qu'au bout de 24 heures que, dans nos conditions d'expérience, le développement s'est manifesté dans le bouillon.

II. L'influence de l'acidification du lait sur la rapidité du développement du B. typhique et qui provient de l'ensemencement du lait par des ferments atmosphériques a été étudiée, pour faciliter l'étude en dehors de la présence des germes, en additionnant directement le lait de doses connues d'acide lactique.

Le même lait, ensemencé de B. typhique et réparti dans des tubes, était additionné de doses croissantes d'acide lactique. On a pratiqué la numération des colonies après une heure de contact à la température de 20°.

	Acide lactique.	Colonies par centimètre cube.
Témoin	0	10000
1	$\frac{1}{2000}$	10000
2	$\frac{1}{1000}$	10000
3	$\frac{1}{400}$	10000
4	$\frac{1}{200}$	9000
5	$\frac{1}{120}$	8500
6	$\frac{1}{80}$	150
7	$\frac{1}{50}$	80

Les chiffres de ce Tableau font ressortir que l'acide lactique jouit de propriétés faiblement microbicides vis-à-vis le B. typhique, puisque à la dose de $\frac{1}{1000}$ son influence ne s'était pas fait sentir au bout d'une heure et qu'il faut dépasser la dose de $\frac{1}{400}$ pour observer une diminution notable des colonies. Ces résultats sont à rapprocher de ceux obtenus par l'acide chlorhydrique qui, d'après les auteurs, tue rapidement le B. typhique à ces mêmes doses.

On peut conclure de ces essais qu'au moment de la coagulation lactique du lait, l'acidification entrave la rapidité du développement du B. typhique, sans cependant le détruire. La coagulation lactique est donc un agent défavorable pour la prolifération rapide du B. typhique.

III. La coagulation produite sous l'influence de la présure n'arrête pas le développement du B. typhique qui continue à se multiplier. Nous avons mis en évidence cette influence en soumettant divers échantillons de lait préalablement ensemencé de B. typhique, à une coagulation rapide obtenue en 10 minutes à 40° par l'addition d'une petite quantité de présure. Après une heure de contact, temps après lequel nous avions observé une notable diminution des germes dans le cas d'une semblable coagulation par l'acide lactique servant de témoin, nous avons séparé aseptiquement le sérum du coagulum et avons pratiqué des ensemencements comparatifs.

	Colonies par centimètre cube.
Lait témoin non emprésuré	1350
Lait coagulé par la présure :	
Coagulum	1080
Sérum	750
Total	1830

Ces chiffres, que nous donnons comme exemple d'une de nos expériences, montrent que la coagulation par la présure n'a pas entravé la rapide évolution du B. typhique, et que le coagulum a pour ainsi dire drainé la majorité des germes qui, malgré leur enrobage, cultivent à nouveau abondamment si on les ensemence dans du lait. Ce fait a son importance si on le rapproche de ce qui se passe dans l'estomac où la coagulation du lait ingéré est soumise, à l'influence prédominante de l'acidité ou d'une présure selon les circonstances.

IV. L'écrémage et la dilution du lait ne semblent pas avoir grande influence sur le développement rapide du B. typhique, à condition toutefois que l'eau additionnée soit exempte de germes étrangers.

V. Nos essais se rapportent seulement au lait stérilisé, mais ils sont susceptibles d'être interprétés pour le lait non stérilisé. Les facteurs qui influent sur l'ensemencement du B. typhique dans le lait avec le caractère de développement rapide que nous avons fait ressortir, dépendent de l'importance de l'ensemencement et du degré de neutralité du lait : ceux-ci dépendent à leur tour des germes étrangers renfermés dans le lait et qui s'attaquent soit au lactose avec formation d'acide lactique, soit à la caséine avec formation de produits de dégradation dont l'alcalinité vient en déduction de l'acidité précédente comme nous l'avons établi (*Ann. de l'Institut Pasteur*, avril 1905).

A côté de la nature de ces germes qui contaminent accidentellement le lait et qui jouent le rôle d'agents paralysant ou favorisant le développement du B. typhique, en agissant sur la neutralité, il y a encore le facteur important de la concurrence vitale : de ce facteur dépend en effet, comme l'a montré Duclaux, la prédominance ou la diminution d'une des races en présence.

En résumé, il résulte de ces considérations que, pour qu'un lait se trouve dans des conditions telles que le B. typhique s'y développe avec le caractère foudroyant que nous avons indiqué dans notre première Note, il faut une superposition de divers facteurs qui en limitent les cas.

La séance est levée à 16 heures un quart.

G. D.